

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (8 punti) Studiare la seguente funzione precisandone dominio, limiti agli estremi del dominio, estremanti e eventuali asintoti:

$$F(x) = \int_2^x \frac{te^t}{\sqrt[3]{(t^3 - 1)(e^{2t} - t^2 - 1)}} dt.$$

2. (*7 punti*) Al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$, determinarne gli estremanti relativi della seguente funzione nel suo dominio

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)(1 - x^2 - \alpha y^2).$$

3. (6 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & x > 0 \\ \pi/2 & x \leq 0. \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare la differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

4. (6 punti) Data la funzione $f(x, y, z) = x^2$ e $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 4(x^2 + y^2) \leq z \leq x^2 + y^2 + 9\}$, calcolare il seguente integrale

$$\int_D f(x, y, z) \, dx dy dz.$$

5. (6 punti) Calcolare, al variare del parametro $\alpha \in (0, +\infty)$, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \left[\log \left(\frac{1 - 4x + x^2}{(x - 2)^2} \right) + \frac{3}{x^2 - x} \right].$$