Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

c.l. in Matematica, **ANALISI MATEMATICA 2** (II prova parziale)

07/06/2012 prof. M.Vignati durata: **90 minuti** vers. A

Per gli esercizi **1,2** è richiesta la sola risposta.
Degli esercizi **3,4,5,6** è richiesto uno svolgimento completo.

1A] (4 punti) Siano $R > 0$, $f(x,y,z) = z$, ed

$$E = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 2R + \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \right\} .$$

Calcolare $\displaystyle\int_E f = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2A] (4 pt.) Siano $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \ge 0, y \ge 0\}$ e $f(x,y) = x^2 y(3 - 2x - 3y)$.
Allora

$\inf_E f = \ldots\ldots$; $\min_E f = \ldots\ldots$; $\sup_E f = \ldots\ldots$; $\max_E f = \ldots\ldots$

3A] (5 pt.) Sia $\gamma \in \mathbb{R}$, e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) := \gamma x^2 + y^2 - 2y - x^2 y .$$

Individuare, al variare di γ, i punti stazionari di f e determinarne la natura.

4A] (5 pt.) Discutere continuità e differenziabilità in $(0,0)$ della funzione $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) := \begin{cases} 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \\ \\ \dfrac{1-\cos(x+y)}{x^2+y^2}(x-y) & \text{altrove} \end{cases}$$

5A] (6 pt.) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenziabile in $(-3,-2)$, e sia $w = u + v + 5$ l'equazione del piano tangente all'insieme

$$\Gamma = \left\{ (u,v,w) \in \mathbb{R}^3 : w = g(u,v) \right\} \ ,$$

grafico della funzione g nel punto $(-3,-2,g(-3,-2))$. Determinare l'equazione del piano tangente all'insieme

$$\tilde{\Gamma} = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = h(x,y) \right\} \ ,$$

grafico della funzione h nel punto $(1,-1,h(1,-1))$, dove

$$h(x,y) := g\left(x^2y - 2y^2, x + 3y\right) \ .$$

6A] (6 pt.) Calcolare il valore di $\displaystyle\int_E \left|x - \sqrt{2}\right| \, dxdy$, dove

$$E = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq y \leq x\right\}.$$

Cognome............................. Nome........................ Matricola..................

c.l. in Matematica, **ANALISI MATEMATICA 2** (II prova parziale)

07/06/2012 prof. M.Vignati durata: **90 minuti** vers. B

Per gli esercizi **1,2** è richiesta la sola risposta.
Degli esercizi **3,4,5,6** è richiesto uno svolgimento completo.

1B] (4 punti) Siano $R > 0$, $f(x, y, z) = z$, ed

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3R + \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \right\} .$$

Calcolare $\displaystyle\int_E f = ...$

2B] (4 pt.) Siano $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ e $f(x, y) = x^2 y (2x + 3y - 3)$.
Allora

$\inf_E f = ...$; $\min_E f = ...$; $\sup_E f = ...$; $\max_E f = ...$

3B] (5 pt.) Sia $\beta \in \mathbb{R}$, e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) := x^2 + \beta y^2 - 2x - xy^2 .$$

Individuare, al variare di β, i punti stazionari di f e determinarne la natura.

4B] (5 pt.) Discutere continuità e differenziabilità in $(0,0)$ della funzione $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) := \begin{cases} 0 & \text{se } (x,y)=(0,0) \\ \dfrac{(x-y)}{x^2+y^2}\left[\cos(x+y)-1\right] & \text{altrove} \end{cases}$$

5B] (6 pt.) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenziabile in $(-3,-2)$, e sia $w = u + v + 5$ l'equazione del piano tangente all'insieme

$$\Gamma = \left\{ (u,v,w) \in \mathbb{R}^3 : w = g\,(u,v) \right\} \ ,$$

grafico della funzione g nel punto $(-3,-2,g\,(-3,-2))$. Determinare l'equazione del piano tangente all'insieme

$$\tilde{\Gamma} = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = h\,(x,y) \right\} \ ,$$

grafico della funzione h nel punto $(1,-1,h\,(1,-1))$, dove

$$h\,(x,y) := g\left(x^2y - 2y^2, x + 3y\right) \ .$$

6B] (6 pt.) Calcolare il valore di $\displaystyle\int_E \left|y-\sqrt{2}\right|\,dxdy$, dove

$$E=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 1\le x^2+y^2\le 4,\ 0\le x\le y\right\}.$$