Cognome **Nome** **Matricola**

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Proff. M. Calanchi, C. Cavaterra, F. Messina, E. Terraneo)
prima prova in itinere 19 novembre 2013
Versione A

1. **(PUNTI 5)** Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$\big(i(z^2-2i)\big)^4=(1+i)^8$$

....

---

2. **(PUNTI 2)** Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(e^\alpha-\frac{1}{2}\right)^n, \quad \alpha\in\mathbb{R}.$$

   (a) Determinare i valori del parametro α per i quali la serie è convergente..............

   (b) Determinare la somma della serie $S=$ ....

---

3. **(PUNTI 5)** Disegnare i seguenti insiemi nel piano complesso

   (a) $A=\Big\{z\in\mathbb{C}:\ |z|<2,\ \mathrm{Re}\, z<0,\ \mathrm{Im}(e^{i\frac{\pi}{4}}z)>0\Big\}$

   (b) $B=\big\{t\in\mathbb{C}:\ t=\frac{1}{z},\ z\in B\big\}$

4. Siano $f(x) = 2^{-x}$ e $g(x) = -\frac{2}{x+1}$.

(a) **(PUNTI 2)** Disegnare il grafico di f e g nello stesso piano cartesiano

(b) **(PUNTI 4)** Sia $\mathbb{R}^2$ dotato della metrica euclidea e sia $\mathrm{A} \subset \mathbb{R}^2$ definito da $\mathrm{A} = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x > 1, \, g(x) < y < f(x)\right\} \cup \{(x_n, y_n) = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}) \in \mathbb{R}^2, \; n \in \mathbb{N}\}$.
Determinare

i. $\mathring{\mathrm{A}} =$

ii. $\mathrm{A}' =$

iii. i punti isolati di A:

iv. $\partial \mathrm{A} =$

---

5. **(PUNTI 3)** Risolvere la seguente disequazione $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{\sqrt{|1-x|-1}}{2-x} \leq 0$

(scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

6. **(PUNTI 3)** Stabilire al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}-1}{n^\alpha \sin\left(\frac{1}{n}\right)}.$$

la serie converge per $\alpha \in$ ....; la serie diverge per $\alpha \in$ ....

---

7. **(PUNTI 6)** Dopo aver calcolato il valore di

$$L = \lim_{n\to+\infty} \frac{\log^{10} n - 3n2^n + n^7}{n \log n + \cos n - (n+1)2^n}$$

calcolare il seguente limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \left[\frac{L}{n^2} + \cos\left(\frac{n^2+2}{3+n^3}\right)\right]^{2n^2}$$

(Scrivere uno svolgimento completo)

Questo esercizio verrà valutato <u>*solo*</u> se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(BONUS - **Punti 2**) Data una successione $\{a_n\}$ reale, indicare quale di queste condizioni non implica alcuna delle altre e giustificare la risposta.

1) $\{a_n\}$ è monotona non crescente e converge;

2) $\{a_n\}$ diverge a $+\infty$;

3) $\{a_n\}$ è definitivamente positiva e non ammette sottosuccessioni limitate;

4) $\{a_n\}$ è limitata.