Cognome **Nome** **Matricola**

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Proff. M. Calanchi, C. Cavaterra, F. Messina, E. Terraneo)
Seconda prova in itinere 21 gennaio 2014
Versione A

1. (6 punti) Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} x^\alpha \left(\frac{1}{\log(2x+\sqrt{1+x^3})} - \frac{1}{\log(1+2x)} \right).$$

(scrivere uno svolgimento completo)

2. (8 punti) Sia $f(x) = 2 \operatorname{artg}\left(\frac{1}{x-1}\right) + x$

(a) Determinare l'insieme di definizione di f . . . .

(b) Limiti agli estremi del dominio. . . . .
. . . .

(c) Eventuali asintoti . . . .

(d) Derivata prima . . . .

(e) Estremanti . . . .

(f) Disegnare un grafico qualitativo

(g) Stabilire al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = a$

. . . .

. . . .

. . . .

(h) Stabilire se f è uniformemente continua nell'intervallo $(1, +\infty)$ e giustificare la risposta.

. . . .

. . . .

. . . .

3. (6 punti) Sia

$$f(x) = \frac{1 + \log(1 + x^2 + x^4)}{1 + x^4} - x^2 + \frac{1}{2}x^4$$

   (a) Determinare la derivata $f^{(8)}(0)$..............................

   (b) Stabilire la natura del punto $x = 0$ *(barrare la risposta esatta)*

      i. $x = 0$ è punto di minimo locale ma non globale;

      ii. $x = 0$ è punto di massimo locale ma non globale;

      iii. $x = 0$ è punto di minimo globale;

      iv. $x = 0$ è punto di massimo globale;

      v. $x = 0$ è punto di flesso.

4. (6 punti) Sia data

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(2 - |\alpha|)^n}{n \log n}.$$

   Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie converge assolutamente e per quali converge semplicemente. *(scrivere uno svolgimento completo)*

5. (6 punti) Sia $f : (-\infty, 2) \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) := \begin{cases} \dfrac{(x-1)^2}{\cos(\pi x)+1}, & x \in (1,2) \\ \\ ax+b & x \leq 1 \end{cases},$$

(a) Per quali valori dei parametri reali a e b la funzione f è continua in $x = 1$?

....

(b) Per quali valori dei parametri reali a e b la funzione f è derivabile in $x = 1$?

....

Questo esercizio verrà valutato <u>*solo*</u> se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(BONUS 2 punti) Dimostrare o confutare la seguente affermazione

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *derivabile. Se* $f'(0) \cdot f'(1) = -1$, *esiste* $x_0 \in (0,1)$ *tale che* $f'(x_0) = 0$.