

Cognome

Nome

Matricola

**Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica**  
**(Proff. M. Calanchi, C. Cavaterra)**  
**prova scritta 3 luglio 2014 - 9 CREDITI**

1. **(PUNTI 4)** Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(z + i)^4 = (2z - 1)^4$$

.....  
.....

---

2. **(PUNTI 5)** Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 |\log x|^a \cos \frac{1}{x} & x > 0, x \neq 1 \\ 0 & x \leq 0, x = 1 \end{cases}$$

- (a) Determinare per quali valori del parametro  $a$ ,  $f$  risulta continua in  $\mathbb{R}$ .

.....

- (b) Determinare per quali valori del parametro  $a$ ,  $f$  risulta derivabile in  $\mathbb{R}$ .

.....

3. (PUNTI 8) Sia

$$f(x) = xe^{\frac{1}{x^2-1}}$$

Determinare

- (a) l'insieme di definizione  $A$  .....
- (b) i limiti agli estremi dell'insieme di definizione  $A$  ed eventuali asintoti .....
- (c)  $f'$  e il suo insieme di definizione  $A'$  .....
- (d) i limiti di  $f'$  agli estremi di  $A'$  .....
- (e) eventuali punti estremanti .....
- (f) Stabilire (senza il calcolo della derivata seconda) il numero minimo di flessi della funzione .....
- (g) tracciarne un grafico qualitativo

4. **(PUNTI 5)** Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left\{ e^{\frac{(a-4)}{n^{2/3}}} - \cos\left(\frac{a}{\sqrt[3]{n}} + \frac{1}{n}\right) \right\}$$

*(scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)*

5. (PUNTI 4) Calcolare al variare del parametro reale  $\alpha$  il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)^\alpha \frac{x-1 - \log x - \frac{1}{2}(\log x)^2}{\cos 1 - \cos x}$$

---

6. (PUNTI 4) Si considerino in  $\mathbb{R}^2$  dotato della metrica euclidea i seguenti sottoinsiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x^2\} \quad B = \{(2, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in \mathbb{Q}\}$$

$$C = A \setminus B \quad (\text{differenza fra insiemi})$$

Determinare:

(a)  $C^o = \dots\dots\dots$

(b)  $C' = \dots\dots\dots$

(c)  $\partial C = \dots\dots\dots$

(d)  $\bar{C} = \dots\dots\dots$