

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (8 punti) Disegnare un grafico qualitativo della seguente funzione (specificandone dominio, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, estremanti; non è richiesto lo studio della convessità):

$$F(x) = \int_{2\pi}^x \frac{1 - \sqrt[3]{\cos t}}{t^2 |\log(1 + \sqrt[3]{t})|} dt$$

**2.** (6 punti) Sia  $f$  la funzione

$$f(x, y) = (x - y)^2 - \cos xy.$$

*i)* Determinare i punti estremanti relativi della funzione  $f$  sul suo dominio.

*ii)* Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore della funzione  $f$  sul suo dominio.

**3.** (6 punti) Sia

$$f(x) = x^{-3} \left\{ \log(\sqrt{1+x} + \sin x) - \frac{3}{2}x + \alpha x^2 \right\}.$$

*i)* Determinare  $\alpha$  in modo che  $f$  ammetta limite finito per  $x \rightarrow 0$ .

ii) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  per tale valore.

4. (7 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y|^\alpha \log(1+x)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

i) Al variare del parametro  $\alpha > 0$ , stabilire se la funzione  $f$  è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare la differenziabilità della funzione  $f$  sul suo dominio, al variare del parametro  $\alpha > 0$ .

5. (7 punti) Sia

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \leq 5\sqrt{x^2 + y^2} - x^2 - y^2 - 6\}.$$

Calcolare

$$\int_E |z| dx dy dz.$$