

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (7 punti) Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + x - \alpha x^2) - e^{x+x^2} + 1}{x^n}.$$

2. (6 punti) Sia f la funzione

$$f(x, y) = y^2|x| \log^3(1 + y).$$

Determinare gli eventuali punti estremanti relativi della funzione f sul suo dominio.

3. (7 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale α converge il seguente integrale improprio

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^{2x} \arctan\left(\frac{x}{x-1}\right)}{|x+1|^\alpha \sqrt[5]{\log|x+1|}} dx.$$

4. (7 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y| + 2x}{x^2 + y^2}(x^2 - x), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare la differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

5. (6 punti) Calcolare il volume della seguente regione

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 5, 4|y| \leq (x^2 + z^2)\}.$$

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (7 punti) Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + x - \alpha x^2) - e^{x+x^2} + 1}{x^n}.$$

2. (6 punti) Sia f la funzione

$$f(x, y) = x^2|y| \log^3(1 + x).$$

Determinare gli eventuali punti estremanti relativi della funzione f sul suo dominio.

3. (7 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale α converge il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2} \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right)}{|x-1|^{2\alpha} \sqrt[3]{\log|x-1|}} dx.$$

4. (7 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x| + 2y}{x^2 + y^2}(y^2 - y), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Studiare la differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

5. (6 punti) Calcolare il volume della seguente regione

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 5, 4|x| \leq (y^2 + z^2)\}.$$