

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (8 punti) Studiare la seguente funzione precisandone dominio, limiti agli estremi del dominio, estremanti e eventuali asintoti:

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{|\sin t|^3}{|t + \pi|^{2t^2} \log |1 - t|} dt.$$

2. (6 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt[3]{2x - y} \log(2x^2 + y^2), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Determinarne gli estremanti relativi di f nel suo dominio.

3. (2 punti) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g(x, y) = f(2x - y, x + 2y)$. Se

$$H_f(0, -5) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$

allora

$$(g_{xx}(-1, -2), g_{yy}(-1, -2)) = \dots\dots\dots$$

4. (7 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} |x|^a \frac{\sin(x^2 - xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

i) Al variare del parametro $a \in \mathbf{R}$, stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Al variare del parametro $a \in \mathbf{R}$, studiare la differenziabilità della funzione f sul suo dominio.

5. (5 punti) Data la funzione $f(x, y) = |y|(x^2 + y^2)$ e $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 4x\}$, calcolare il seguente integrale

$$\int_D f(x, y) \, dx dy.$$

6. (5 punti) Sia

$$f(x) = x^2 \log \left(\frac{x^2 + ax - 1}{x^2 + x + 1} \right).$$

Al variare del parametro $a \in \mathbf{R}$, stabilire se la funzione f ammette asintoto per $x \rightarrow +\infty$. In caso affermativo, determinarne l'equazione.