

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (12 punti) *i)* Determinare per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge in senso improprio il seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log|x-1|}{x^{2\alpha^2} + x^\alpha} dx;$$

ii) Per $\alpha = 1/2$, calcolare, utilizzando la *definizione*, l'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{\log|x-1|}{x^{2\alpha^2} + x^\alpha} dx.$$

2. (12 punti) *i)* Al variare dei parametri $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, determinare il dominio della seguente funzione:

$$F(x) = \int_{\beta}^x \frac{2\sqrt{t^3+1} - \sqrt{t^3+4}}{|t|^{\alpha^2-3\alpha}} dt.$$

ii) Disegnare un grafico qualitativo della seguente funzione (specificandone dominio, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, estremanti; non è richiesto lo studio della convessità):

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{2\sqrt{t^3+1} - \sqrt{t^3+4}}{|t|^{3/2}} dt.$$

3. (10 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3 - |x|y^2}{\sqrt{x^2 + 3y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$ e stabilire se la funzione f è differenziabile in $(0,0)$.

iii) La funzione f è differenziabile in ogni punto del suo dominio?

iv) Determinare l'equazione del piano tangente nel punto $(1, 1, f(1, 1))$.

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (12 punti) *i)* Al variare dei parametri $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, determinare il dominio della seguente funzione:

$$F(x) = \int_{\beta}^x \frac{3\sqrt{t^3+1} - \sqrt{t^3+9}}{|t|^{\alpha^2+2\alpha-4}} dt.$$

ii) Disegnare un grafico qualitativo della seguente funzione (specificandone dominio, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, estremanti; non è richiesto lo studio della convessità):

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{3\sqrt{t^3+1} - \sqrt{t^3+9}}{|t|^{3/2}} dt.$$

2. (12 punti) *i)* Determinare per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge in senso improprio il seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log|x-1|}{x^{2\alpha^2} + x^\alpha} dx;$$

ii) Per $\alpha = 1/2$, calcolare, utilizzando la *definizione*, l'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{\log|x-1|}{x^{2\alpha^2} + x^\alpha} dx.$$

3. (10 punti) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2|y| - x^3y}{\sqrt{2x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

i) Stabilire se la funzione f è continua in ogni punto del suo dominio.

ii) Calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$ e stabilire se la funzione f è differenziabile in $(0,0)$.

iii) La funzione f è differenziabile in ogni punto del suo dominio?

iv) Determinare l'equazione del piano tangente nel punto $(2, 1, f(2, 1))$.