

Cognome.....Nome.....Matr.....

1. (8 punti) Sia $f = f(u, v)$ una funzione di classe C^2 su \mathbb{R}^2 , tale che

$$\nabla f(0, 0) = (0, 0) \quad \text{e} \quad H_f(0, 0) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Posto

$$g(x, y) = f(\sin y, \cos x),$$

stabilire se i punti $(\frac{\pi}{2} + k\pi, h\pi)$, $h, k \in \mathbb{Z}$ sono estremanti della funzione $g = g(x, y)$ e in caso affermativo precisarne la natura.

2. (10 punti) Sia f la funzione

$$f(x, y) = x^3 e^{x-y^2},$$

i) Determinare i punti estremanti relativi della funzione f sul suo dominio.

ii) Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore della funzione f sul suo dominio.

3. (8 punti) Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3|y| < x < 1 + |y|\}.$$

Calcolare

$$\int_E (y \operatorname{arctg} x - x) dx dy.$$

4. (8 punti) Sia

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2 + y^2 < 2, x^2 + y^2 < z < 4\}.$$

Calcolare

$$\int_E \frac{1}{z} dx dy dz.$$