Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Matematica, **ANALISI MATEMATICA 2** (I prova parziale)

6/5/2014 prof. M.Salvatori durata: **90 minuti** versione A

1A] (4 punti) Risolvere, se possibile, l'equazione

$$\int_1^x \frac{dt}{2t(1+\sqrt{t})} = \log\frac{4}{3}\,.$$

2A] (3 pt.) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ esiste finito il

$$\lim_{x\to 0^+} x^a \int_0^{x^2} \left(\sqrt[5]{1+2t^3} - e^{4t}\right) dt\,.$$

3A] (4 pt.) Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{Th}(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^{2-b}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

Per quali b la funzione f è continua in $(0,0)$? ....

Per quali b esiste $\nabla f(0,0)$? ....

Per quali b la funzione f è differenziabile in $(0,0)$? ....

4A] (3 pt.) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^\infty$ e tale che $\nabla g(2,3) = (2,2)$ e sia

$$f(x,y) = g\big(x+y^2\ ,\ 3xy\big).$$

Allora, $\nabla f(1,1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

5A] (4 pt.) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ il seguente integrale improprio è convergente.

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^3 \arctan\left(x^{2a}\right)}{1+x^a} dx\,.$$

6A] (4 pt.) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$F(x) = \int_{1/2}^{x} \frac{t-1}{\sqrt[3]{t-3}\,\log|t|}\,dt.$$

7A] (8 pt.) Della funzione

$$F(x) = \int_{4}^{x} \frac{\sqrt{|\sin \pi t|}\, e^{-\frac{1}{t}}}{t^3(t-3)}\,dt$$

determinare: insieme di definizione, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, dove è derivabile, intervalli di monotonia ed eventuali estremanti. Tracciarne un grafico qualitativo.

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Matematica, **ANALISI MATEMATICA 2** (I prova parziale)

6/5/2014 prof. M.Salvatori durata: **90 minuti** versione B

1B] (4 punti) Risolvere, se possibile, l'equazione

$$\int_1^x \frac{dt}{2t(1+\sqrt{t})} = \log\frac{3}{2}\,.$$

2B] (3 pt.) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ esiste finito il

$$\lim_{x\to 0^+} x^{-a}\int_0^{x^2}\left(\sqrt[3]{1+2t^5}-e^{5t}\right)dt\,.$$

3B] (4 pt.) Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{arctg}(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^{3-2b}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0) \end{cases}.$$

Per quali b la funzione f è continua in $(0,0)$? ....

Per quali b esiste $\nabla f(0,0)$? ....

Per quali b la funzione f è differenziabile in $(0,0)$? ....

4B] (3 pt.) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^\infty$ e tale che $\nabla g(3,2) = (2,2)$ e sia

$$f(x,y) = g\big(3xy^2\ ,\ x^2+y\big).$$

Allora, $\nabla f(1,1) =$ ....

5B] (4 pt.) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ il seguente integrale improprio è convergente.

$$\int_0^1 \frac{\arctan(x^a)}{x^3(1+x^{2a})}dx\,.$$

6B] (4 pt.) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$F(x) = \int_{-1/2}^{x} \frac{t+1}{\sqrt[5]{t+5}\,\log|t|}\,dt.$$

7B] (8 pt.) Della funzione

$$F(x) = \int_{3}^{x} \frac{\sqrt{|\sin \pi t|}\, e^{-\frac{1}{t}}}{t^4(t-2)}\,dt$$

determinare: insieme di definizione, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, dove è derivabile, intervalli di monotonia ed eventuali estremanti. Tracciarne un grafico qualitativo.

Scrivere uno svolgimento completo.