

18 Giugno 2014

Versione A

Nome : .....

Cognome : .....

Matricola : .....

Orale :  19/20 Giugno

23/24/25 Giugno

### Seconda prova di **Fisica Matematica 1**

- 
- Tempo a disposizione: **180 minuti**.
  - Riportare nome, cognome, matricola e versione del compito su **tutti** i fogli.
  - Chi vuole sfruttare il *bonus* primo compito, **NON** deve svolgere l'**esercizio 1**.
  - I punti segnati con \* sono **necessari** per il superamento della prova.
- 

**Esercizio 1.** Si consideri il sistema unidimensionale

$$\ddot{x} = x^3 - \frac{x}{x^2 + 1}.$$

Si richiede di

- (i)\* determinare eventuali punti di equilibrio, discutendone la stabilità;
- (ii) tracciare il ritratto di fase e discutere la dinamica;
- (iii) discutere la dinamica nell'intorno dell'origine con l'aggiunta di un termine  $-x^2\dot{x}$ .

**Esercizio 2.** In un sistema di riferimento  $\{O, x, y\}$ , con asse  $y$  verticale ascendente, si considerino due punti materiali pesanti  $P_1$  e  $P_2$  di equal massa  $m$ . Il punto  $P_1$  è vincolato a muoversi su una circonferenza di raggio  $r = 1$  centrata nell'origine. Il secondo punto  $P_2$  è vincolato a muoversi sull'asse  $x$ . Inoltre, una molla di costante elastica  $k > 0$  collega i due punti  $P_1$  e  $P_2$ . Si richiede di:

- (i)\* determinare gli equilibri del sistema e la loro natura;
- (ii) posto  $2k = mg$ , determinare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno all'eventuale equilibrio stabile.

**Esercizio 3.** In un sistema di riferimento  $\{O, x, y, z\}$ , con  $z$  asse verticale ascendente, si consideri un punto materiale pesante  $P$  di massa  $m$  vincolato a muoversi su una superficie di equazione

$$-2z + x^2 + y^2 = 0.$$

Si richiede di:

- (i)\* scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
- (ii) determinare le costanti del moto e tracciare il ritratto di fase del sistema ridotto;
- (iii) descrivere qualitativamente la dinamica del sistema completo.