

18 Giugno 2014

Versione B

Nome :

Cognome :

Matricola :

Orale : 19/20 Giugno

23/24/25 Giugno

Seconda prova di **Fisica Matematica 1**

- Tempo a disposizione: **180 minuti**.
 - Riportare nome, cognome, matricola e versione del compito su **tutti** i fogli.
 - Chi vuole sfruttare il *bonus* primo compito, **NON** deve svolgere l'**esercizio 1**.
 - I punti segnati con * sono **necessari** per il superamento della prova.
-

Esercizio 1.

Si consideri il sistema unidimensionale

$$\ddot{x} = x^2 - \frac{x}{x^2 + 1}.$$

Si richiede di

- (i)* determinare eventuali punti di equilibrio, discutendone la stabilità;
- (ii) tracciare il ritratto di fase e discutere la dinamica;
- (iii) discutere la dinamica nell'intorno dell'origine con l'aggiunta di un termine $-x^2\dot{x}$.

Esercizio 2. In un sistema di riferimento $\{O, x, y, z\}$, con z asse verticale ascendente, si consideri un punto materiale pesante P di massa m vincolato a muoversi su una superficie di equazione

$$z - x^2 - y^2 = 0.$$

Si richiede di:

- (i)* scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
- (ii) determinare le costanti del moto e tracciare il ritratto di fase del sistema ridotto;
- (iii) descrivere qualitativamente e quantitativamente la dinamica del sistema completo.

Esercizio 3. In un sistema di riferimento $\{O, x, y\}$, con asse y verticale ascendente, si considerino due punti materiali pesanti P_1 e P_2 di egual massa m . Il punto P_1 è vincolato a muoversi su una circonferenza di raggio $r = 1$ centrata nell'origine. Il secondo punto P_2 è vincolato a muoversi sull'asse x . Inoltre, una molla di costante elastica $k > 0$ collega i due punti P_1 e P_2 . Si richiede di:

- (i)* determinare gli equilibri del sistema;
- (ii) posto $2k = mg$, determinare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno agli eventuali equilibri stabili.