

17 Giugno 2015

Versione A

Nome :

Cognome :

Matricola :

Orale (barrare i giorni in cui **NON** è possibile sostenere l'esame orale)

22.06

23.06

24.06

Scritto di **Fisica Matematica 1**

-
- Tempo a disposizione: **180 minuti**.
 - Riportare nome, cognome, matricola e versione del compito su **tutti** i fogli.
 - Chi vuole sfruttare il *bonus* primo compito, **NON** deve svolgere l'**esercizio 1** e **DEVE** scrivere che usa il bonus compito.
 - L'esercizio 0 è **necessario** per il superamento della prova.
-

Esercizio 0. Si consideri lo spazio \mathbb{R}^3 ed un generico punto $\mathbf{x} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$. Determinare se la forza $\mathbf{F} = (\mathbf{x} \cdot \mathbf{k})\mathbf{x}$ è una forza conservativa e, nel caso lo sia, determinare il potenziale corrispondente.

Esercizio 1. Si consideri il sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x^2 \\ \dot{y} = y - 4x^2 + x^4 \end{cases} .$$

Si richiede di:

- determinare eventuali punti di equilibrio e la loro natura;
- determinare la soluzione linearizzata per tutti i punti di equilibrio, ad eccezione dell'origine.
- tracciare il ritratto di fase nel modo più accurato possibile.

Esercizio 2. Due punti pesanti P_1 e P_2 di egual massa m , sono vincolati a muoversi in un piano verticale Oxy , con y asse verticale ascendente. Il punto P_1 è vincolato alla retta $x = 0$, mentre P_2 è vincolato alla retta $y = 0$. Inoltre i due punti sono collegati tra loro da un'asta ideale di lunghezza l . Si richiede di:

- scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
- determinare gli equilibri del sistema e la loro natura;
- determinare la frequenza delle piccole oscillazioni attorno all'eventuale equilibrio stabile.

Esercizio 3. In un sistema di riferimento $\{O, x, y, z\}$, con z asse verticale ascendente, si consideri un punto pesante P di massa m vincolato a muoversi su una superficie di equazione

$$z = \varrho^4 + \varrho^2 - 2 ,$$

dove $\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Inoltre, una molla di costante elastica k , e lunghezza a riposo nulla, collega P all'origine. Si richiede di:

- (i) scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
- (ii) determinare le costanti del moto e tracciare il ritratto di fase del sistema ridotto (considerare anche il caso in cui la costante del moto sia nulla);
- (iii) descrivere qualitativamente la dinamica del sistema completo.