

6 Luglio 2016

Versione A

Nome :

Cognome :

Matricola :

Orale (barrare i giorni in cui **NON** è possibile sostenere l'esame orale)

18 Luglio

19 Luglio

20 Luglio

21 Luglio

Scritto di **Fisica Matematica 1**

- Tempo a disposizione: **180 minuti**.
 - Riportare nome, cognome, matricola e versione del compito su **tutti** i fogli.
 - Scrivere in modo chiaro, gli elaborati illeggibili **non** saranno corretti.
 - L'esercizio 0 è **necessario** per il superamento della prova.
 - Chi vuole sfruttare il **bonus** compitino, **NON** deve svolgere l'**esercizio 1** e **DEVE** scrivere che usa il bonus compitino.
-

Esercizio 0. Si consideri lo spazio \mathbb{R}^3 . Dimostrare che in generale una forza centrale non è conservativa (è sufficiente esibire un controesempio, motivando accuratamente la risposta).

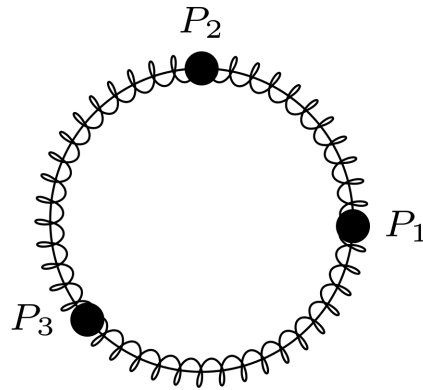
Esercizio 1. Si consideri il sistema dinamico in \mathbb{R}^2 descritto (in coordinate polari) dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{r} = r(1 - r) , \\ \dot{\vartheta} = \sin^2 \vartheta . \end{cases}$$

Si richiede di:

- determinare eventuali punti di equilibrio e la loro natura;
- tracciare il ritratto di fase e discutere qualitativamente la dinamica;
- descrivere i comportamenti asintotici (per $t \rightarrow \pm\infty$) dei dati iniziali contenuti all'interno del disco unitario.

Esercizio 2. In un piano orizzontale Oxy , si consideri un sistema costituito da tre molle identiche di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla, che collegano tre punti materiali P_1 , P_2 e P_3 , tutti di eguale massa m . Le masse e le molle sono inoltre vincolate ad una circonferenza unitaria, come rappresentato in figura (sul sistema non agisce la forza di gravità).



Si richiede di:

- (i) scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
- (ii) determinare gli equilibri del sistema e la loro natura;
- (iii) determinare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile e scrivere la soluzione linearizzata utilizzando i modi normali;
- (iv)* dare un'interpretazione fisica della dinamica descritta attraverso i modi normali.

Esercizio 3. In un sistema di riferimento $Oxyz$, con z asse verticale ascendente, si consideri un punto pesante P di massa m vincolato a muoversi su una superficie di equazione

$$z = \log \sqrt{x^2 + y^2} .$$

Si richiede di:

- (i) scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange;
- (ii) determinare eventuali costanti del moto e tracciare il ritratto di fase del sistema ridotto;
- (iii) descrivere qualitativamente la dinamica del sistema completo.