

Nome : Cognome : Matricola :

Prove intermedia di **Fisica Matematica 1**
05.05.2014

Versione A

Tempo a disposizione: **90 minuti**

Riportare NOME, COGNOME, MATRICOLA e VERSIONE del compito
su **tutti** i fogli consegnati.

Esercizio 1. Si consideri il sistema piano

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y(x^2 + y^2 - 1) , \\ \dot{y} = y + x(x^2 + y^2 - 1) , \end{cases}$$

Si richiede di

- (i) determinare i punti stazionari e discuterne la stabilità;
- (ii) scrivere il flusso linearizzato per ciascuno degli equilibri trovati al punto (i), per il generico dato iniziale (x_0, y_0) ;
- (iii) tracciare il ritratto di fase e discutere la dinamica.

Esercizio 2. Sulla retta $x \in \mathbb{R}$, si consideri un punto materiale P di massa m soggetto ad una forza conservativa di potenziale

$$V(x) = \log(x^4 - 2x^2 + a) , \quad a > 1 \in \mathbb{R} .$$

Si richiede di

- (i) discutere in modo qualitativo il ritratto di fase al variare del parametro a ;
- (ii) considerando il dato iniziale $x(0) = 1$ e $\dot{x}(0) = \sqrt{2}$, determinare il valore del parametro a in modo tale che $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0$;
- (iii) posto $a = 6$, verificare che il moto che fa seguito alle condizioni iniziali $x(0) = 5/4$ e $\dot{x}(0) = 0$ è periodico e si dia una stima del periodo T del moto nell'approssimazione armonica;
- (iv) dimostrare che per ogni $\varepsilon > 0$ esistono dei valori del parametro reale a tali che il sistema ammette orbite periodiche di periodo $T < \varepsilon$.