

**D**

Si considerino gli insiemi  $X = \{1, 2, 3\}$  e  $Y = \{a, b, c, d\}$

- a) Si scriva una relazione tra  $X$  e  $Y$  che sia un'applicazione (spiegando perché lo è);
- b) si scriva una relazione tra  $X$  e  $Y$  che non sia un'applicazione (spiegando perché non lo è);
- c) si scriva un'applicazione non iniettiva da  $X$  a  $Y$  (spiegando perché non lo è);
- d) si determini il numero delle applicazioni iniettive da  $X$  a  $Y$ .

**MATEMATICA del DISCRETO**

(Informatica)

**Settembre 2016**

Cognome.....Nome.....Matricola.....

**A**

- a) Si determinino il quoziente e il resto della divisione di  $a(x) = x^4 + 1$  per  $b(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 1$  nell'anello  $\mathbf{R}[x]$ , con  $\mathbf{R}$  campo dei numeri reali;
- b) si determini la scomposizione in fattori irriducibili del polinomio  $g(x) = x^9 - x$  nell'anello  $\mathbf{R}[x]$ ,
- b) si determinino le radici del polinomio  $g(x) = x^9 - x$  nell'anello  $\mathbb{Z}_5[x]$ , con  $\mathbb{Z}_5$  campo delle classi di resti modulo 5.

**B**

Si consideri l'applicazione lineare  $f_k : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  definita da

$$f_k \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y + z \\ 2x + (1 - k)z \\ 3x + (1 + k)y + 2z \end{pmatrix},$$

con  $k$  parametro reale.

- 1) Si determini il valore di  $k$  per cui il vettore  $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -6k \end{pmatrix}$  appartiene al nucleo di  $f_k$ ;
- 2) nel caso  $k = 1$ , si stabilisca se il vettore  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$  appartiene ad  $Im(f_1)$ ;
- 3) nel caso  $k = 1$  si determini una base di  $Im(f_1)$ .

**C**

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli  $A^2 = A \cdot A$ , ove  $\cdot$  denota il prodotto riga per colonna;
- b) si stabilisca se  $A$  è invertibile;
- c) si determinino gli autovalori di  $A$ ;
- d) si determinino gli autovettori di  $A$  e si stabilisca se  $A$  è diagonalizzabile.