

D

Sia $V = M(2, \mathbb{R}^2)$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali, e sia $T : V \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione definita da

$$T\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a - b \\ d \end{pmatrix}.$$

- a) Determinare la dimensione e una base del nucleo di T .
- b) Stabilire se T è suriettiva.

MATEMATICA del DISCRETO
Settembre 2017

Cognome.....Nome.....Matricola.....

TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI

A

Sia \mathbb{Q} l'insieme dei numeri razionali e

$$* : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q},$$

definita da $a * b = ab + 1$.

- a) Stabilire se $*$ è associativa;
- b) stabilire se $*$ è commutativa;
- c) stabilire se $*$ ammette elemento neutro;
- d) stabilire se $(\mathbb{Q}, *)$ è un gruppo.

B

Nel gruppo (S_6, \circ) delle permutazioni su 6 elementi, si consideri la permutazione

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

e il ciclo (scambio) $\beta = (26)$.

- 1) Determinare il periodo di α ;
- 2) Posto $\sigma = \beta^{13} \circ \alpha^{-21}$, calcolare $\sigma(5)$.
- 3) Posto $\sigma = \beta^{13} \circ \alpha^{-21}$, scrivere σ come prodotto di cicli disgiunti.

C

a) Al variare del parametro reale a , stabilire se il seguente sistema lineare è determinato, indeterminato o impossibile:

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ \quad +y - z = 1 \\ x + y + z = a \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$$

b) Nel caso $a = 1$, risolvere il sistema.