D

Si consideri il seguente insieme di coppie di numeri interi

$$Y = \{ \quad (m, n) \quad | \quad 1 \leq m \leq 3, \quad 1 \leq n \leq 2, \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad \}$$

e la relazione R in Y definita da

$$(m, n)R(m', n') \text{ se e solo se } m \leq m' \text{ e } n \geq n'.$$

a) Stabilire se R è transitiva.

b) Stabilire se R è di equivalenza ed in caso affermativo indicare gli elementi della classe di equivalenza di $(1, 1)$

c) Stabilire se R è d'ordine e in caso affermativo disegnare il relativo diagramma di Hasse.

MATEMATICA del DISCRETO
(Informatica)
febbraio 2019

Cognome.................................Nome.......................Matricola.............

A

a) Al variare del parametro reale α stabilire se il seguente sistema lineare è *determinato, indeterminato* o *impossibile*:

$$\begin{cases} & y & -2z & +t & = -\alpha \\ x & & -2z & -t & = 0 \\ -x & +y & & 2t & = 2 \end{cases}$$

b) Nel caso $\alpha = -2$ risolvere il sistema.

B

Nell'insieme X dei polinomi nell'indeterminata x di grado minore o uguale a uno, a coefficienti reali,

$$X := \{ \quad a + bx \quad | \quad a, b \in \mathbf{R} \quad \}$$

considerare l'operazione $\star : X \times X \to X$ definita da

$$(a + bx) \star (c + dx) = 2ac + (b + d)x$$

.

a) Stabilire se $\star$ è associativa.
b) Stabilire se $\star$ ammette elemento neutro.
c) Determinare l'inverso di $2 + 3x$.
d) Stabilire quali elementi ammettono inverso per $\star$.

C

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

e l'applicazione lineare $L_A : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^4$ definita da $L_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$.

a) Determinare la dimensione e una base di $ker(L_A)$.

b) Stabilire se L_A è iniettiva e/o suriettiva.

c) Stabilire se il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartiene a $Im(L_A)$.