

**D**

Nel gruppo  $(S_7, \circ)$  delle permutazioni su 7 elementi, si considerino i cicli  $\alpha = (2547)$  e  $\beta = (1536)$ .

- 1) Stabilire se sia vero o falso che  $\alpha^{-1} = \alpha^3$ .
- 2) Stabilire se sia vero o falso che  $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$ .
- 3) Posto  $\sigma = \alpha \circ \beta$ , determinare il periodo di  $\sigma$ .
- 4) Posto  $\sigma = \alpha \circ \beta$ , calcolare  $\sigma^{45}(5)$ .

**MATEMATICA del DISCRETO**  
gennaio 2019

Cognome.....Nome.....Matricola.....

**TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI**

**A**

Si consideri l'insieme  $Y = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  delle coppie di numeri interi. In  $Y$  si consideri poi l'operazione  $\diamond : Y \times Y \rightarrow Y$  definita da

$$(m, p) \diamond (n, q) = (m + n - 1, pq).$$

- 1) Stabilire se  $\diamond$  è associativa.
- 2) Determinare, se esiste, l'elemento neutro di  $(Y, \diamond)$ .
- 3) Stabilire se  $(2, 2)$  ammette inverso e in caso affermativo determinarlo.
- 4) Stabilire se  $(2, -1)$  ammette inverso e in caso affermativo determinarlo.

**B**

In  $\mathbf{K}[x]$  si considerino i polinomi:  $p(x) = x^6 - 6x^5 + 3x^4 + 12x^3 - 9x^2 - 6x + 5$  e  $q(x) = (x-1)^3$ .

- (1) Nel caso  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , verificare che  $p(x)$  è divisibile per  $q(x)$  e che  $x = -1$  è una radice di  $p(x)$ .
- (2) Nel caso  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , determinare la scomposizione di  $p(x)$  in fattori irriducibili.
- (3) Nel caso  $\mathbf{K} = \mathbf{Z}_3$ , determinare tutte le radici di  $p(x)$  con le rispettive molteplicità.

**C**

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcolare il determinante  $A$  e stabilire se  $A$  ammette inversa.
- b) Determinare gli autovalori di  $A$ .
- c) Determinare un autovettore di  $A$  relativo all'autovalore  $-3$ .