D

Sia $V = M(2, \mathbb{R}^2)$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a elementi reali, e sia $T : V \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione definita da

$$T(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} a + d \\ c \end{pmatrix}.$$

a) Determinare la dimensione e una base del nucleo di T.

b) Stabilire se T è suriettiva.

MATEMATICA del DISCRETO
(Informatica)
Gennaio 2017

Cognome.....................................Nome..........................Matricola.............

A
Sia $X = \{a, b, c, d, e\}$.

a) Definire su X una relazione di equivalenza R tale che il sottoinsieme $\{a, c, d\}$ sia una classe di equivalenza per R. Si scriva inoltre la matrice di incidenza di R.

b) Definire su X una relazione d'ordine $\preceq$ che non abbia massimo e che abbia a come minimo. Si disegni poi il diagramma di Hasse di $\preceq$.

Tanto per il punto a), quanto per il punto b), per *definire la relazione* si intende *indicare le coppie in relazione.*

B

Data la seguente permutazione su 7 elementi

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

a) Determinare il periodo di α.

b) Calcolare $\alpha^{-77}(3)$.

c) Determinare uno scambio (ciclo di lunghezza 2) σ che commuti con α, ovvero tale che sia $\alpha \circ \sigma = \sigma \circ \alpha$.

C

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Calcolare il determinante A.

b) La matrice A è invertibile? Se sì, quanto vale $\det(A^{-1})$?

c) Determinare gli autovalori di A e stabilire se A è diagonalizzabile.