

**D**

Si considerino gli insiemi  $X = \{a, b, c\}$  e  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$

- a) Si scriva una relazione tra  $X$  e  $Y$  che sia un'applicazione (spiegando perché lo è);
  - b) si scriva una relazione tra  $X$  e  $Y$  che non sia un'applicazione (spiegando perché non lo è);
  - c) si scriva un'applicazione non iniettiva da  $X$  a  $Y$  (spiegando perché non lo è);
  - d) si determini il numero delle applicazioni iniettive da  $X$  a  $Y$
- (per *scrivere* un'applicazione si intende *indicare le coppie* in relazione).

**MATEMATICA del DISCRETO**  
(Informatica)  
**Gennaio 2018**

Cognome.....Nome.....Matricola.....

**A**

Siano  $\mathbb{K}$  un campo e sia  $p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 10x + 5 \in \mathbb{K}[x]$ .

- a) Nel caso  $\mathbb{K} = \mathbb{Q}$  provare che  $(x - 1)^2$  divide  $p(x)$ .
- b) Nel caso  $\mathbb{K} = \mathbb{Q}$  determinare tutte le radici di  $p(x)$ .
- c) Nel caso  $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_3$  determinare tutte le radici di  $p(x)$ .

**B**

In  $\mathbb{R}^3$  sono dati i sottoinsiemi

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \mid a = 2b, c = a - b \right\}, \quad Y = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \mid a = 1 \right\}, \quad Z = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \mid b + 2c = 0 \right\}.$$

Per ciascuno dei tre sottoinsiemi sopra indicati, stabilire se è un sottospazio e, in caso affermativo, determinarne la dimensione e una base.

**C**

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Si stabilisca se  $A$  è invertibile e in caso affermativo si calcoli  $A^{-1}$ ;
- b) si determinino gli autovalori di  $A$ ;
- c) si determinino gli autovettori di  $A$  e si stabilisca se  $A$  è diagonalizzabile.