

MATEMATICA del DISCRETO
(Informatica)
Giugno 2016

Cognome.....Nome.....Matricola.....

A

Sia $X = \{x, y, z, w\}$ e si consideri la relazione in X data da

$$R = \{(y, z), (x, w), (w, x), (z, z)\}$$

- 1) Stabilire se si possano aggiungere delle coppie ad R in modo da ottenere un' applicazione iniettiva $: X \rightarrow X$;
- 2) stabilire se si possano aggiungere delle coppie ad R in modo da ottenere una relazione d'ordine e, in caso affermativo, disegnare il diagramma di Hasse di tale relazione;
- 3) stabilire se si possano aggiungere delle coppie ad R in modo da ottenere una relazione d'equivalenza e, in caso affermativo, indicare le classi di equivalenza.

B

- a) Determinare quoziente e resto della divisione di
 $a(x) = 2x^5 - 11x^3 + 12x$ per $b(x) = x^2 - 4$ nell'anello $\mathbb{R}[x]$.
- b) Determinare le radici del polinomio $a(x)$ negli anelli di polinomi $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$ e $\mathbb{Z}_5[x]$.

C

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcolare il determinante A .
- b) La matrice A è invertibile? Se sì, quanto vale $\det(A^{-1})$?
- c) Determinare gli autovalori di A e stabilire se A è diagonalizzabile.

D

Sia $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ l'insieme dei numeri razionali diversi da 0, e

$$* : \mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}^* \rightarrow \mathbb{Q}^*,$$

definita da $a * b = 3ab$.

- a) Stabilire se $*$ è associativa;
- b) stabilire se $*$ è commutativa;
- c) stabilire se $*$ ammette elemento neutro;
- d) stabilire se $(\mathbb{Q}^*, *)$ è un gruppo.