D

Sia V lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2 e si considerino i seguenti sottoinsiemi di V.

$$S_k = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} | a+b = k,\ c = 2d,\ a,b,c,d \in \mathbf{R}\}, \qquad k \in \mathbf{R}; \quad T = \{\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} | \alpha, \beta \in \mathbf{R}\}.$$

a) Determinare i valori di k per cui S_k risulta essere un sottospazio di V.

b) Nel caso $k = 0$ determinare la dimensione e una base dei sottospazii S_0, T e $S_0 \cap T$.

MATEMATICA del DISCRETO
Giugno 2017

Cognome..................................Nome.......................Matricola.............

TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI

A
Per la scrittura di un numero in base 17 usare i simboli

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G.$$

Calcolare

$$(F)_{17} + (12)_{17} = (??)_{17}$$

$$(11)_{17} \cdot (3)_{17} = (??)_{17}$$

riportando esplicitamente i conti effettuati.

B

Nell'anello $\mathbf{Z}_5[x]$ dei polinomi in una indeterminata a coefficienti in $\mathbf{Z}_5$, si considerino i polinomi

$a(x) = 2x^4 + x^3 + 3x + 4 \quad \text{e} \quad b(x) = x^2 + x + 1.$

1) Determinare quoziente e resto della divisione di $a(x)$ per $b(x)$ in $\mathbf{Z}_5[x]$;
2) Scomporre $a(x)$ in fattori irriducibili.

C

Sia $X = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20\}$ e si consideri la relazione d'ordine $\preceq$ in X data da $a \preceq b$ se e solo se a divide b.

1) Disegnare il diagramma di Hasse di tale relazione;
2) stabilire se il sottoinsieme $Y \subseteq X$ dato da $Y = \{2, 4, 5, 6, 8, 12\}$ ammetta estremo superiore, ammetta estremo inferiore, ammetta massimo e ammetta minimo e, in caso affermativo individuarli;
3) determinare un sottoinsieme W di X costituito da almeno 3 elementi che ammetta sia massimo che minimo.