

**MATEMATICA DEL DISCRETO**  
**Corso di Laurea in Informatica**

luglio 2016

Cognome.....Nome.....Matricola.....

A) Nell'insieme  $X = \mathbf{Q}^*$  dei numeri razionali non nulli si consideri la relazione  $R$  definita da

$$\forall x, y \in X, \quad xRy \Leftrightarrow x = ky, \quad \exists k \in \mathbf{Z}.$$

Per ciascuna delle seguenti affermazioni si dica se è vera (V) o falsa (F) giustificando la risposta.

1.  $\forall a \in X$ , si ha  $1Ra$ .
2.  $R$  è riflessiva.
3.  $R$  è simmetrica.
4.  $3R(-3)$ .
5.  $R$  è antisimmetrica.

**B)** Nello spazio vettoriale reale  $V = \mathbf{R}^3$  si considerino i seguenti sottoinsiemi  $A, B$  e  $C$ . Per ciascuno di essi si stabilisca se è o meno un sottospazio e, in caso affermativo, se ne calcoli la dimensione.

$$1. A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + y = 1 \right\}$$

$$2. B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + y + z = 0 \right\}$$

$$3. C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid z = (x + y)^2 \right\}$$

C) Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & k & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

e i vettori  $\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \\ t \end{pmatrix}$  e  $\underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$ .

1. Al variare del parametro reale  $k$  si stabilisca se il sistema lineare  $A \cdot \underline{x} = \underline{b}$  è determinato, indeterminato (precisando in tal caso da quanti parametri dipendono le soluzioni) o impossibile.
2. Si trovino le soluzioni del sistema nel caso  $k = 2$ .

**D)** Si consideri la permutazione su 6 elementi  $\alpha \in S_6$  definita da

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Si scriva  $\alpha$  come prodotto di cicli disgiunti.
2. Si determini il periodo di  $\alpha$ .
3. Si calcoli  $\alpha^{-17}(2)$ .
4. Si scriva  $\alpha$  come prodotto di scambi.