

D

Nel gruppo (S_7, \circ) delle permutazioni su 7 elementi, si consideri la permutazione

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

e il ciclo (scambio) $\beta = (26)$.

- 1) Determinare il periodo di α ;
- 2) Da quanti e quali elementi di S_7 è costituito il sottogruppo ciclico generato da β ?
- 3) Posto $\sigma = \beta^{11} \circ \alpha^{-19}$, calcolare $\sigma(5)$.

MATEMATICA del DISCRETO
Luglio 2017

Cognome.....Nome.....Matricola.....

TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI

A

Nell'insieme $X = \{a, b, c, d, e\}$ sia R la relazione la cui matrice d'incidenza è

R	a	b	c	d	e
a	1	0	1	0	1
b	0	1	0	1	0
c	1	0	1	0	1
d	0	1	0	1	0
e	1	0	1	0	1

- 1) Stabilire se R è una relazione d'ordine e, in caso affermativo, disegnare il relativo diagramma di Hasse.
- 2) Stabilire se R è una relazione d'equivalenza e, in caso affermativo, dire quante sono le classi di equivalenza e da quali elementi sono costituite.

B

Si considerino i seguenti vettori di \mathbf{R}^3 :

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1-k \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Determinare la dimensione e una base dello span $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$
- b) Determinare i valori di k per cui risulta $\mathbf{v} \in \langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$.
- c) Nel caso $k = 1$ scrivere \mathbf{v} come combinazione lineare di \mathbf{a} , \mathbf{b} , e \mathbf{c} .

C

Sia M l'insieme delle matrici reali quadrate di ordine 2 della forma $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$, con $a, b, c \in$

R.

- a) Stabilire se M è, o meno, un gruppo rispetto alla usuale somma di matrici.

- b) Stabilire se M è, o meno, un gruppo rispetto all'usuale prodotto di matrici (righe per colonne).