

**D**

Sia  $V$  lo spazio vettoriale delle matrici quadrate reali  $2 \times 2$  e si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $V$ .

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a - b = 2 \right\}, \quad T = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a + b + c + d = 0 \right\}.$$

Sia poi  $W$  il sottospazio di  $V$  generato dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 1) Stabilire se  $S$  è un sottospazio e in caso affermativo calcolarne la dimensione e una base.
- 2) Stabilire se  $T$  è un sottospazio e in caso affermativo calcolarne la dimensione e una base.
- 3) Determinare la dimensione e una base di  $W$ .

**MATEMATICA del DISCRETO**  
**Giugno 2018**

Cognome.....Nome.....Matricola.....

**TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI**

**A**

Si consideri la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- 1) Stabilire se l'applicazione  $L_A : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  associata ad  $A$  (rispetto alla base canonica di  $\mathbf{R}^3$ ) sia iniettiva o suriettiva.
- 2) Calcolare gli autovalori di  $A$
- 3) Stabilire se  $A$  è diagonalizzabile.

**B**

Nel gruppo  $(S_7, \circ)$  delle permutazioni su 7 elementi, si consideri la permutazione

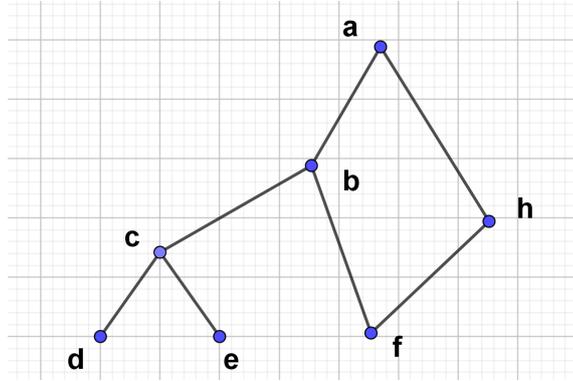
$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

e il ciclo  $\gamma = (127)$ .

- 1) Determinare il periodo di  $\alpha$ ;
- 2) Posto  $\beta = \gamma^{-10} \circ \alpha^{121}$ , calcolare  $\beta(2)$ .
- 3) Stabilire se  $\alpha$  è di classe pari o dispari.

**C**

Sia dato l'insieme  $X = \{a, b, c, d, e, f, h\}$  e il suo sottoinsieme  $Y = \{b, d, h\}$ . In  $X$  si consideri la relazione d'ordine  $\preceq$  il cui diagramma di Hasse è il seguente



- 1) Stabilire se  $X$  ammette massimo e se ammette minimo.
- 2) Stabilire se il sottoinsieme  $Y$  ammette massimo, minimo, estremo superiore e estremo inferiore.
- 3) Determinare un sottoinsieme  $Z$  di  $X$  costituito da quattro elementi e che ammetta tanto massimo quanto minimo.
- 4) Quali elementi di  $X$  sono confrontabili con  $b$ ?