

MATEMATICA del DISCRETO
(Informatica)
Prima prova intermedia 2015/2016, giorno 11 aprile

Cognome.....Nome.....Matricola.....

A

Nell'insieme $X = \mathbb{Z}$ dei numeri interi si consideri l'operazione $\star : X \times X \rightarrow X$ definita da

$$n \star m = n + m - 4.$$

- 1) Provare che \star è associativa ed è commutativa.
- 2) Stabilire se \star ammette elemento neutro .
- 3) Stabilire quali elementi di X ammettono inverso rispetto a \star .
- 4) (X, \star) è un gruppo?

B

Nel gruppo S_7 delle permutazioni su 7 elementi, si consideri la permutazione

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 1 & 7 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

e il ciclo $\gamma = (265)$.

- 1) Determinare il periodo di ψ ;
- 2) stabilire se sia vero o falso che $\psi^{74} = \psi^{-5}$;
- 2) scrivere $\gamma \circ \psi$ come prodotto di cicli disgiunti;
- 3) scrivere $\gamma \circ \psi$ come prodotto di scambi.

C

- 1) Determinare un massimo comun divisore d di $a = 528$ e $b = 180$, riportando i conti effettuati;
- 2) esprimere d come combinazione lineare di a e b , riportando i conti effettuati;
- 3) scrivere tutti i divisori comuni positivi di a e b riportandoli in un diagramma di Hasse rispetto alla relazione $a \preceq b$ se a divide b .

D

- 1) Disegnare la tabella del gruppo moltiplicativo $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{[0]\}, \cdot)$ e la tabella del gruppo additivo $(\mathbb{Z}_4, +)$.
- 2) Stabilire se la funzione $f : \mathbb{Z}_5 \setminus \{[0]\} \rightarrow \mathbb{Z}_4$ definita da

$$f([1]) = [0], \quad f([2]) = [1], \quad f([3]) = [2], \quad f([4]) = [3]$$

sia o meno un omomorfismo.