

MATEMATICA del DISCRETO
(Informatica)
Prima prova intermedia 2015/2016, giorno 12 aprile

Cognome.....Nome.....Matricola.....

A

Nell'insieme $X = (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$ delle coppie di numeri interi positivi si consideri la relazione \preceq definita da

$$(n, m) \preceq (r, s) \quad \text{se e solo se} \quad n \leq r \quad \text{e} \quad m \text{ divide } s.$$

- 1) Provare che \preceq è una relazione d'ordine.
- 2) Disegnare il diagramma di Hasse della relazione \preceq relativamente al sottoinsieme $Y = \{(2, 3), (2, 6), (5, 3), (15, 9)\} \subset X$.
- 3) Stabilire se Y ammette estremo superiore e, in caso affermativo, determinarlo.

B

Nel gruppo S_7 delle permutazioni su 7 elementi, si consideri la permutazione

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

e il ciclo $\sigma = (137)$.

- 1) Determinare il periodo di α ;
- 2) calcolare $\alpha^{73}(3)$;
- 3) scrivere $\alpha \circ \sigma$ come prodotto di cicli disgiunti;
- 4) scrivere $\alpha \circ \sigma$ come prodotto di scambi.

C

Per la scrittura di un numero in base 12 usare i simboli

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B.$

Per la scrittura di un numero in base 17 usare i simboli

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G.$

Calcolare

$$(2B)_{12} + (BA)_{12} = (??)_{12} = (??)_{17}$$

riportando esplicitamente i conti effettuati.

D

- 1) Disegnare la tabella del gruppo moltiplicativo $(\mathbb{Z}_3 \setminus \{[0]\}, \cdot)$ e la tabella del gruppo di permutazioni su due elementi (S_2, \circ) .
- 2) Stabilire se la funzione $f : \mathbb{Z}_3 \setminus \{[0]\} \rightarrow S_2$ definita da

$$f([1]) = id, \quad f([2]) = (12)$$

sia o meno un isomorfismo.