

D

Sono date le applicazioni f e g definite qui sotto

$$f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \quad f(m, n) = (m + 1, 2n)$$

$$g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \quad g(h, k) = ([h], [k]),$$

e l'applicazione composta $F = g \circ f$.

- 1) Verificare che g è suriettiva.
- 2) È vero o falso che $F(3, 5) = F(1, 4)$?
- 3) Determinare l'insieme $F^{-1}([1], [1])$.

MATEMATICA del DISCRETO
Prima prova intermedia 2016/2017, secondo turno

Cognome.....Nome.....Matricola.....

TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI

A Nell'insieme $X = \{a, b, c, d, f, g\}$ si consideri l'operazione $\star : X \times X \rightarrow X$ rappresentata in tabella

| \star | a | b | c | d | f | g |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| a | a | b | c | d | f | g |
| b | b | c | a | g | d | f |
| c | c | a | b | f | g | d |
| d | d | f | g | a | b | c |
| f | f | g | d | c | a | b |
| g | g | d | f | b | c | a |

L'insieme X con l'operazione \star è un gruppo (NON è richiesta la verifica di ciò).

- 1) Determinare l'elemento neutro di (X, \star) .
- 2) Determinare l'inverso di b .
- 3) Trovare l'elemento $x \in X$ che è la soluzione dell'equazione $b \star x = d$ nel gruppo (X, \star) .
- 4) Calcolare $(b \star g)^2$.

B

Nel gruppo (S_7, \circ) delle permutazioni su 7 elementi, si consideri la permutazione

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e il ciclo $\gamma = (127)$.

- 1) Determinare il periodo di α ;
- 2) Da quanti elementi è costituito il sottogruppo ciclico generato da γ ?
- 3) Posto $\beta = \gamma^{10} \circ \alpha^{217}$, calcolare $\beta(7)$.

C

Per la scrittura di un numero in base 19 usare i simboli

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G, H, I.$

Calcolare

$$(AG)_{19} \times (2)_{19} = (??)_{19}$$

riportando esplicitamente i conti effettuati.