

MATEMATICA del DISCRETO
Prima prova intermedia 2018/2019, secondo turno

Cognome.....Nome.....Matricola.....

TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI

A2

Sia \mathbb{Z} l'insieme dei numeri relativi. Si considerino le seguenti applicazioni::

- $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \quad f(a, b) = (2ab - 1, 3 - ab); a, b \in \mathbb{Z}$
 - $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad g(a, b) = (a + b)^2; a, b \in \mathbb{Z}$
 - $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \quad h(a) = (2a + 1, 2a); a, b \in \mathbb{Z}.$
- (1) Determinare: $f(0, 4), g^{-1}(0), h^{-1}(5, 4), h^{-1}(3, 3)$.
 - (2) Stabilire se f è iniettiva
 - (3) Stabilire se h è suriettiva.
 - (4) Determinare quali tra f, g e h si possono comporre e in questi casi determinare le espressioni delle funzioni composte.

B2

Per la scrittura di un numero in base 18 usare i simboli

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G, H.

1) Completare

$$(656)_7 = (??)_{18}$$

riportando esplicitamente i conti effettuati.

2) Completare

$$(AB)_{18} + (AE)_{18} = (??)_{18}$$

3) È vero o falso che se un numero intero è pari allora la sua scrittura in base 7 ha l'ultima cifra pari?

C2

Nell'insieme $X = \{a, b, c, d\}$ si consideri l'operazione associativa \star così definita:

\star	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	c	b	a
c	a	b	c	d
d	b	a	d	c

- 1) Dimostrare che (X, \star) è un gruppo abeliano (non occorre verificare l'associatività di \star).
- 2) Determinare i periodi di tutti gli elementi del gruppo (X, \star) diversi dall'elemento neutro.
- 3) Calcolare $(d \star b)^{-82}$.
- 4) Stabilire se il sottoinsieme $\{b, c, d\}$ è, o meno, un sottogruppo di (X, \star) .
- 5) Sia $h : X \rightarrow \mathbb{Z}_4$ l'applicazione definita da

$$h(a) = [1], \quad h(b) = [3], \quad h(c) = [0], \quad h(d) = [2].$$

Stabilire se h è un omomorfismo dal gruppo (X, \star) al gruppo $(\mathbb{Z}_4, +)$.