

D Sia V lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2 a coefficienti reali e si consideri l'applicazione lineare $f : V \rightarrow V$ definita da $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a & a \\ b & b - c \end{pmatrix}$ $a, b, c, d \in \mathbf{R}$.

- 1) Determinare la dimensione e una base di $\ker(f)$.
- 2) Determinare la dimensione di $\text{Im}(f)$.
- 3) Determinare la matrice rappresentativa di f rispetto alla base

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

in dominio e codominio.

MATEMATICA del DISCRETO
Seconda prova intermedia 2016/2017

Cognome.....Nome.....Matricola.....

TUTTI I RISULTATI VANNO BREVEMENTE GIUSTIFICATI

A a) Al variare del parametro reale k , stabilire se il seguente sistema lineare è determinato, indeterminato o impossibile:

$$\begin{cases} x + y + 2z = k \\ x + 2y + z = k \\ x + 3z = 1 \\ -y + z = k - 1 \end{cases}$$

b) Nel caso $k = 1$, risolvere il sistema.