

Argomento 7 - Studi di funzioni

Soluzioni Esercizi

Sol. Ex. 7.1 $f(x) = \log 3x + \frac{4}{\sqrt{x}}$

Insieme di definizione : $x > 0$

Limiti :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log 3x + \frac{4}{\sqrt{x}} = +\infty \quad (\text{confronto tra infiniti in cui prevale la potenza})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log 3x + \frac{4}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log 3x = +\infty$$

Notiamo che $f(x) \sim \log 3x$ per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{3}{3x} - \frac{2}{x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - 2}{x\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > 2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$$

Quindi la funzione è decrescente in $(0, 4)$ e crescente in $(4, +\infty)$. In $x = 4$ presenta un punto di minimo (assoluto).

$$f''(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}x\sqrt{x} - (\sqrt{x} - 2)\frac{3}{2}\sqrt{x}}{x^3} = \frac{-x + 3\sqrt{x}}{x^3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{x} > x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9$$

Quindi la funzione è convessa in $(0, 9)$ e concava in $(9, +\infty)$. In $x = 9$ presenta un flesso.

Grafico di $f(x) = \log 3x + \frac{4}{\sqrt{x}}$

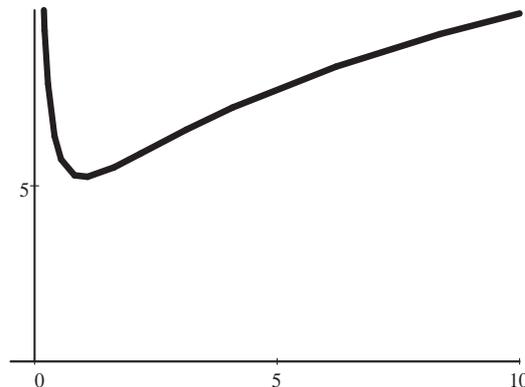


Figura 1: Ex.7.1

Sol. Ex 7.2 $f(x) = e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1$

Insieme di definizione: $x^2 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0 \text{ o } x \geq 4$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1 = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1 = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1 = 0$$

Notiamo che $f(x) \sim e^{\sqrt{x^2}}$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x^2-4x}} \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x}} = e^{\sqrt{x^2-4x}} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \text{ o } x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$$

Quindi la funzione è crescente in $(4, +\infty)$, decrescente in $(-\infty, 0)$.

In $x = 0$ e in $x = 4$ presenta punti di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1$

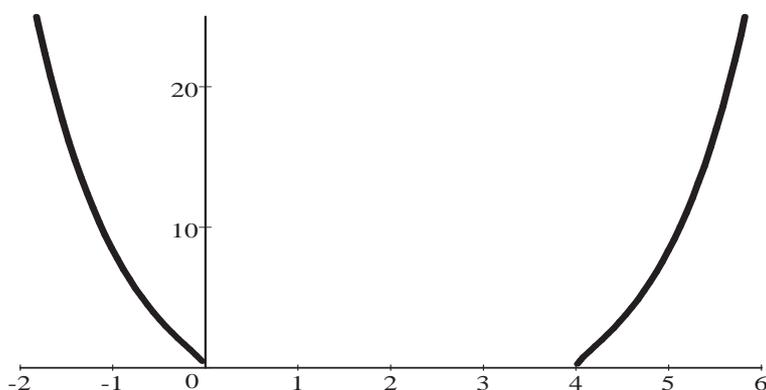


Figura 2: Ex.7.2

Sol. Ex 7.3 $f(x) = \frac{\sqrt{x^3+8}}{x}$

Insieme di definizione : $\begin{cases} x^3 + 8 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^3+8}}{x} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^3+8}}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 8}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3}}{x} = +\infty$$

Notiamo che per $x \rightarrow +\infty$, $f(x) \sim \sqrt{x}$ e quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+8}}x - \sqrt{x^3+8}}{x^2} = \frac{3x^3 - 2x^3 - 16}{2x^2\sqrt{x^3+8}} = \frac{x^3 - 16}{2x^2\sqrt{x^3+8}}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 16 > 0 \\ x > -2 \text{ con } x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2\sqrt[3]{2} \\ x > -2 \text{ con } x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2\sqrt[3]{2}$$

Quindi la funzione è crescente in $(2\sqrt[3]{2}, +\infty)$, decrescente in $(-2, 0)$, $(0, 2\sqrt[3]{2})$.

In $x = 2\sqrt[3]{2}$, presenta un punto di minimo (relativo) e in $x = -2$ uno di massimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 + 8}}{x}$

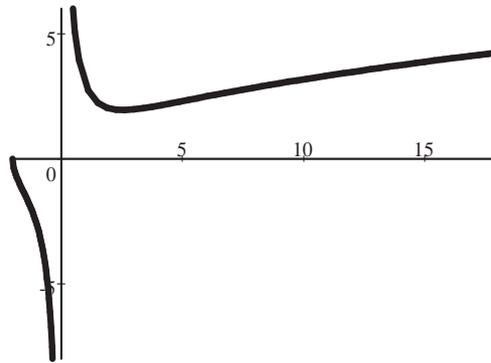


Figura 3: Ex.7.3

Poiché $\lim_{x \rightarrow -2^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^3 - 16}{2x^2\sqrt{x^3 + 8}} = -\infty$, la tangente richiesta ha equazione $x = -2$.

Sol. Ex. 7.4 $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x^2 - 6x}}$

Insieme di definizione : $x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ o $x > 6$

Limiti :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{\sqrt{x^2 - 6x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{\sqrt{x^2 - 6x}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{e^x}{\sqrt{x^2 - 6x}} = +\infty$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\sqrt{x^2 - 6x}} = +\infty$ (confronto tra ∞ , in cui prevale l'esponenziale, il che ha anche come conseguenza che f non ha asintoti obliqui)

$$f'(x) = \frac{e^x \sqrt{x^2 - 6x} - e^x \frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x}}}{x^2 - 6x} = \frac{e^x(x^2 - 7x + 3)}{\sqrt{x^2 - 6x}(x^2 - 6x)}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 3 > 0 \\ x < 0 \text{ e } x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{7-\sqrt{37}}{2} \text{ e } x > \frac{7+\sqrt{37}}{2} \\ x < 0 \text{ e } x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0 \text{ e } x > \frac{7+\sqrt{37}}{2}$$

Quindi la funzione è crescente in $(-\infty, 0)$ ed in $(\frac{7+\sqrt{37}}{2}, +\infty)$, decrescente in $(6, \frac{7+\sqrt{37}}{2})$.
In $x = \frac{7+\sqrt{37}}{2}$, presenta un punto di minimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x^2 - 6x}}$

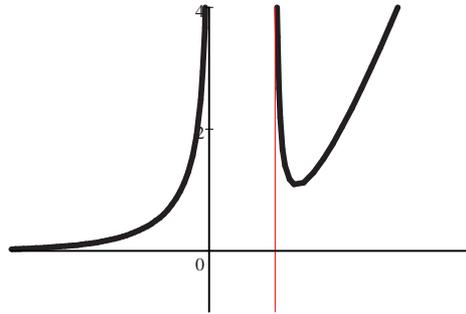


Figura 4: Ex.7.4

Sol. Ex. 7.5 $f(x) = \log(2x + 2) - \arctan \sqrt{x} - \log 2$

Insieme di definizione : $\begin{cases} 2x + 2 > 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$

Limiti :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log(2x + 2) - \arctan \sqrt{x} - \log 2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(2x + 2) - \arctan \sqrt{x} - \log 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(2x + 2) = +\infty$$

Notiamo che $f(x) \sim \log(2x + 2)$ per $x \rightarrow +\infty$ e quindi non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{2}{2x + 2} - \frac{1}{x + 1} \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{x + 1} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = \frac{1}{x + 1} \left(\frac{2\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x}} \right)$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > \frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$$

Quindi la funzione è crescente in $(\frac{1}{4}, +\infty)$ e decrescente in $(0, \frac{1}{4})$.

In $x = \frac{1}{4}$, presenta un punto di minimo (assoluto) e in $x = 0$ un punto di massimo (relativo).

$$f''(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + \frac{1}{(x+1)} \frac{1}{4x\sqrt{x}} = \frac{-4x\sqrt{x} + 3x + 1}{4x\sqrt{x}(x+1)^2}$$

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x\sqrt{x} + 3x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 > 4x\sqrt{x} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3x + 1)^2 > 16x^3 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(16x^2 + 7x + 1) < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Quindi la funzione è convessa in $(0, 1)$ e concava in $(1, +\infty)$. In $x = 1$ c'è un punto di flesso.

Poiché $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x+1} \left(\frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}\right) = -\infty$, la retta tangente nell'origine ha equazione $x = 0$.

Grafico di $f(x) = \log(2x+2) - \arctan \sqrt{x} - \log 2$

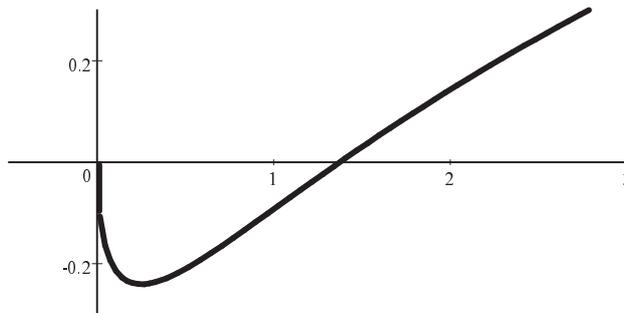


Figura 5: Ex.7.5

Sol. Ex. 7.6 $f(x) = \log(x^2 + x) - x$

Insieme di definizione: $x^2 + x > 0 \Leftrightarrow x(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1$ o $x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \log(x^2 + x) - x = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \log(x^2 + x) - x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log(x^2 + x) - x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(x^2 + x) - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty \text{ (confronto tra infiniti, in cui prevale la potenza).}$$

Notiamo che $f(x) \sim -x$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$, quindi potrebbe avere asintoti obliqui. Necessita dunque calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) + x = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \log(x^2 + x) = +\infty$$

Si conclude quindi che f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x} - 1 = \frac{-x^2+x+1}{x^2+x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - x^2 + 1 > 0 \\ x < -1 \text{ o } x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x < -1 \text{ o } x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0 < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Quindi la funzione è crescente in $(0, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$, decrescente in $(-\infty, -1)$ ed $(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty)$.
 $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ è un punto di massimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \log(x^2+x) - x$

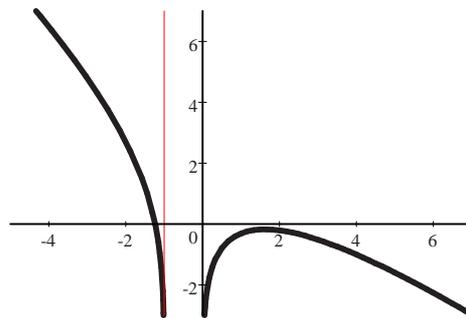


Figura 6: Ex.7.6

Sol. Ex. 7.7

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$$

Insieme di definizione : $x > 0$.

Intersezioni con l'asse x :

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{x+2-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = x+2 \Leftrightarrow x = 1, 4.$$

Limiti :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Si ha dunque che $f(x) \sim \sqrt{x}$ per $x \rightarrow +\infty$ e quindi non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{x-2}{2x\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Quindi la funzione è decrescente in $(0, 2)$ e crescente in $(2, +\infty)$.

In $x = 2$, presenta un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$

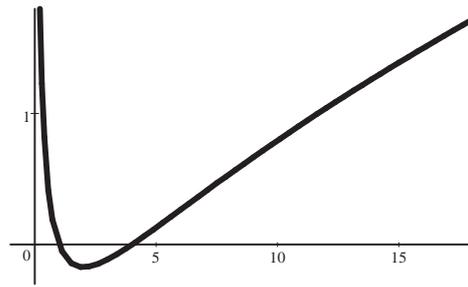


Figura 7: Ex.7.7

Sol. Ex. 7.8 $f(x) = \sqrt{1+2x} - \log 4x$

Insieme di definizione: $\begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{1+2x} - \log 4x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+2x} - \log 4x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+2x} = +\infty \text{ (confronto tra infiniti in cui prevale la potenza).}$$

Notiamo che $f(x) \sim \sqrt{1+2x}$ per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}} - \frac{1}{x} = \frac{x - \sqrt{1+2x}}{x\sqrt{1+2x}} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{1+2x} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 1+2x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < 1 - \sqrt{2} & \text{o} & x > 1 + \sqrt{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 + \sqrt{2}$$

Quindi la funzione è decrescente in $(0, 1 + \sqrt{2})$ e crescente in $(1 + \sqrt{2}, +\infty)$. $x = 1 + \sqrt{2}$ è un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = \sqrt{1+2x} - \log 4x$

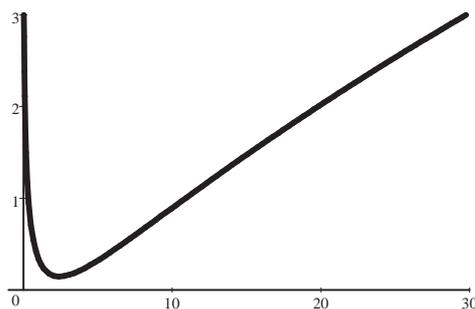


Figura 8: Ex.7.8

Sol. Ex. 7.9 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$

Insieme di definizione: $2 + \frac{1}{x} \geq 0$ con $x \neq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x} \geq 0$ con $x \neq 0 \Leftrightarrow$

$x \leq -\frac{1}{2}$ o $x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Notiamo che per $x \rightarrow -\infty$, $f(x) \sim \left(\frac{1}{3}\right)^x$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x \ln 3 - \frac{1}{2x^2 \sqrt{\left(2 + \frac{1}{x}\right)}} < 0 \quad \forall x \in E(f).$$

Quindi la funzione è decrescente in $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ ed in $(0, +\infty)$. Quindi $x = -\frac{1}{2}$ è un punto di minimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$

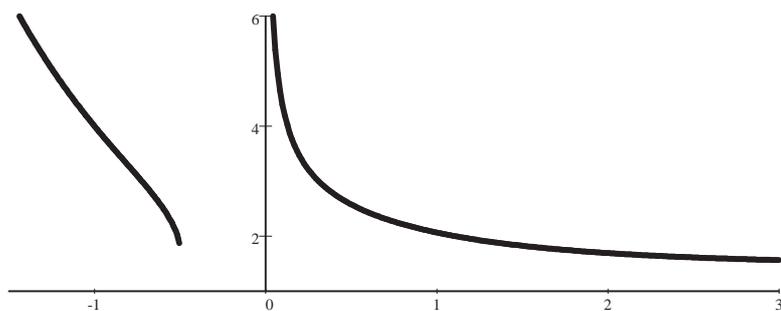


Figura 9: Ex.7.9

Sol. Ex. 7.10 $f(x) = \frac{1}{\log(4 - x^2)}$

i) f è pari, in quanto $\frac{1}{\log(4 - x^2)} = \frac{1}{\log(4 - (-x)^2)}$

ii) **Insieme di definizione:** $\begin{cases} 4 - x^2 > 0 \\ \log(4 - x^2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ 4 - x^2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq \pm\sqrt{3} \end{cases}$

Limiti: (poiché f è pari, la studiamo solo nella parte positiva dell'insieme di definizione).

$$\lim_{x \rightarrow +\sqrt{3}^-} \frac{1}{\log(4 - x^2)} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\sqrt{3}^+} \frac{1}{\log(4 - x^2)} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{\log(4 - x^2)} = 0$$

$$f'(x) = -\frac{1}{\log^2(4 - x^2)} \frac{-2x}{(4 - x^2)} = \frac{2x}{(4 - x^2) \log^2(4 - x^2)}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{(4 - x^2) \log^2(4 - x^2)} > 0 \Leftrightarrow x > 0 \quad e \quad x \neq +\sqrt{3}$$

Quindi f è crescente in $(0, +\sqrt{3})$, $(+\sqrt{3}, 2)$, decrescente in $(-2, -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}, 0)$ e ha un punto di minimo (relativo) in $x = 0$.

Grafico di $f(x) = \frac{1}{\log(4 - x^2)}$

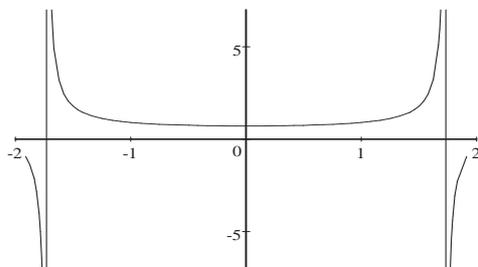


Figura 10: Ex.7.10

Sol. Ex. 7.11

$$f(x) = \frac{1 + \log x}{x^2}$$

Insieme di definizione: $x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \log x}{x^2} = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \log x}{x^2} = 0 \quad (x^2 \text{ prevale su } \log x \text{ per } x \rightarrow +\infty)$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}x^2 - (1 + \log x)2x}{x^4} = \frac{x(1 - 2(1 + \log x))}{x^4} = -\frac{1 + 2 \log x}{x^3}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{1 + 2 \log x}{x^3} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2 \log x < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log x < -\frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < e^{-\frac{1}{2}}$$

Quindi la funzione è crescente in $(0, e^{-\frac{1}{2}})$, decrescente in $(e^{-\frac{1}{2}}, +\infty)$ ed ha un punto di massimo (assoluto) in $x = e^{-\frac{1}{2}}$.

Grafico di $f(x) = \frac{1 + \log x}{x^2}$

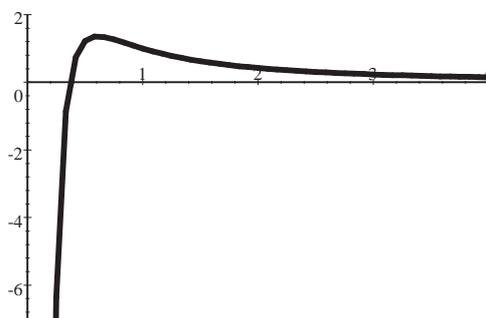


Figura 11: Ex.7.11

Sol. Ex. 7.12

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1}$$

Insieme di definizione : $x \neq -1$.

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1} = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{\frac{(x+1)}{3\left(\sqrt[3]{(x-1)}\right)^2} - \sqrt[3]{(x-1)}}{(x+1)^2} = \frac{x+1 - 3(x-1)}{3\left(\sqrt[3]{(x-1)}\right)^2(x+1)^2} = -\frac{2}{3} \frac{x-2}{\left(\sqrt[3]{(x-1)}\right)^2(x+1)^2}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow (x-2) < 0 \Leftrightarrow x < 2 \text{ con } x \neq \pm 1.$$

Quindi f è crescente in $(-\infty, -1)$ ed in $(-1, 2)$, decrescente in $(2, +\infty)$.
 $x = 2$ è un punto di massimo (relativo).

Il punto di ascissa $x = 1$ è a tangente verticale, in quanto

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{2}{3} \frac{x-2}{\left(\sqrt[3]{(x^2-1)}\right)^2(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -\frac{2}{3} \frac{x-2}{\left(\sqrt[3]{(x^2-1)}\right)^2(x+1)^2} = +\infty.$$

Grafico di $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1}$

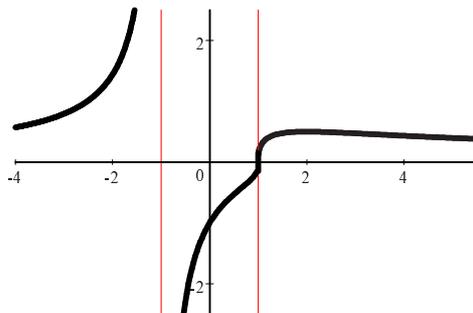


Figura 12: Ex.7.12

Sol. Ex. 7.13 $f(x) = \frac{e^{x+2}}{3x+3}$

Insieme di definizione: $x \neq -1$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x+2}}{3x+3} = +\infty, \text{ (confronto tra infiniti, in cui prevale l'esponenziale, da cui si deduce anche che}$$

f non ha asintoti obliqui per $x \rightarrow +\infty$.)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{x+2}}{3x+3} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{e^{x+2}}{3x+3} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{e^{x+2}}{3x+3} = -\infty.$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \frac{e^{x+2}(x+1) - e^{x+2}}{(x+1)^2} = \frac{1}{3} e^{x+2} \frac{x}{(x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Quindi $f(x)$ risulta essere crescente in $(0, +\infty)$ e decrescente in $(-\infty, -1), (-1, 0)$.
Avrà quindi un punto di minimo (relativo) in $x = 0$.

Grafico di $f(x) = \frac{e^{x+2}}{3x+3}$

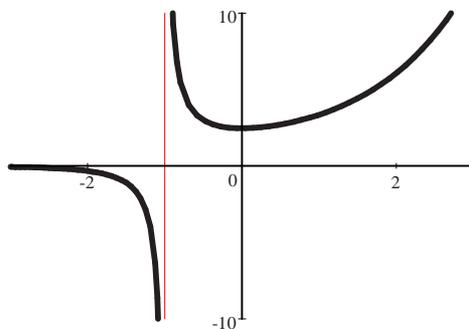


Figura 13: Ex.7.13

Sol. Ex. 7.14 $f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x}$

Insieme di definizione: $x > -2$ con $x \neq 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x} = +\infty$$

Notiamo che $f(x) \sim \log x$ per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{x^2}{x+2}} \cdot \frac{2x(x+2) - x^2}{(x+2)^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 + 4x}{x^2(x+2)} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2(x+2)}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 2 > 0 \\ x > -2 \text{ con } x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-5 + \sqrt{17}}{2} < x < 0 \quad \text{o} \quad x > 0$$

Quindi $f(x)$ risulta essere crescente in $(\frac{-5+\sqrt{17}}{2}, 0)$ ed in $(0, +\infty)$ e decrescente in $(-2, \frac{-5+\sqrt{17}}{2})$.
In $x = \frac{-5+\sqrt{17}}{2}$ presenta un punto di minimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x}$

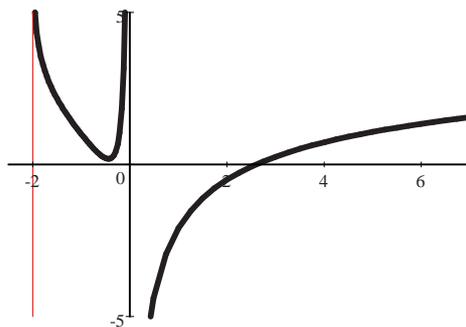


Figura 14: Ex.7.14

Sol. Ex. 7.15 $f(x) = (1 + x^8) \arctan(x^4)$

Insieme di definizione: \mathbb{R} . La funzione è pari.

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + x^8) \arctan(x^4) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + x^8) \arctan(x^4) = +\infty$$

Notiamo che $f(x) \sim -\frac{\pi}{2}x^8$ per $x \rightarrow -\infty$ e che $f(x) \sim \frac{\pi}{2}x^8$ per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = 8x^7 \arctan x^4 + (1 + x^8) \frac{4x^3}{1 + x^8} = 4x^3(2x^4 \arctan x^4 + 1) > 0 \Leftrightarrow 4x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Quindi f è crescente in $(0, +\infty)$ e decrescente in $(-\infty, 0)$. In $x = 0$ ha un punto di minimo (assoluto).

$$f''(x) = 56x^6 \arctan x^4 + 8x^7 \left(\frac{4x^3}{1 + x^8} \right) + 12x^2 = 4x^2(14x^4 \arctan x^4 + \frac{8x^8}{1 + x^8} + 3) > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

Quindi la funzione risulta convessa su tutto l'asse reale.

Grafico di $f(x) = (1 + x^8) \arctan(x^4)$

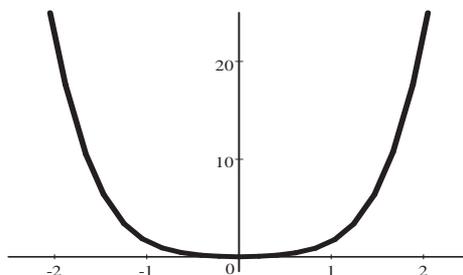


Figura 15: Ex.7.15

Sol. Ex. 7.16 $f(x) = -e^x + xe^x \log x$

Insieme di definizione: $x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (-e^x + xe^x \log x) = -1 + \lim_{x \rightarrow 0^+} (xe^x \log x) = -1 \quad (\text{in quanto } \lim_{x \rightarrow 0^+} 0^+ (x \log x) = 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-e^x + xe^x \log x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x (x \log x - 1) = +\infty$$

Notiamo che f ha ordine di infinito superiore a e^x per $x \rightarrow +\infty$. Di conseguenza non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = -e^x + xe^x \log x + e^x(\log x + 1) = e^x (\log x)(1 + x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

Quindi f è decrescente in $(0, 1)$ e crescente in $(1, +\infty)$. In $x = 1$ ha un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = -e^x + xe^x \log x$

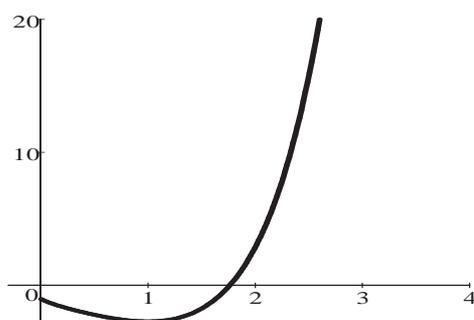


Figura 16: Ex.7.16

Sol. Ex. 7.17 $f(x) = \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}}$

Insieme di definizione:

$$\begin{cases} \frac{x-5}{x^2-9} \geq 0 \\ x^2-9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ (x^2-9) > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x-5 \leq 0 \\ (x^2-9) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x < -3 \text{ o } x > 3 \end{cases} \cup \begin{cases} x \leq 5 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -3 < x < 3 \text{ o } x \geq 5$$

quindi $E(f) = (-3, 3) \cup [5, +\infty)$.

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow +3^-} \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}} = f(5) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x^2}} = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}}} \frac{x^2-9-2x(x-5)}{(x^2-9)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}}} \frac{-(x^2-10x+9)}{(x^2-9)^2}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 10x + 9 < 0 \\ -3 < x < 3 \cup x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 9 \\ -3 < x < 3 \cup x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3 \cup 5 < x < 9$$

	-3	1	3	5	9
	○	●	○	●	●
$f'(x)$	-	+	×	+	-
$f(x)$	↘	↗	×	↗	↘

Quindi f è decrescente in $(-3, 1)$ ed in $(9, +\infty)$ e crescente in $(1, 3)$ ed in $(5, 9)$. In $x = 1$, presenta un punto di minimo, in $x = 5$ un altro punto di minimo ed in $x = 9$ un punto di massimo (relativo). Per stabilire se sono minimi relativi o assoluti, facciamo il confronto dei valori di minimo:

$$f(1) = \sqrt{\frac{1-5}{1-9}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad \text{e} \quad f(5) = 0.$$

L'unico punto di minimo assoluto è quindi $x = 5$.

Grafico di $f(x) = \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}}$

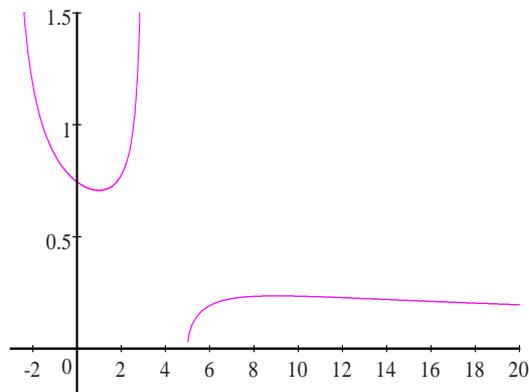


Figura 17: Ex.7.17

Sol. Ex. 7.18

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{\sqrt{x+2}}$$

Insieme di definizione: $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 2.$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{\sqrt{x+2}} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{\sqrt{x+2}} = f(2) = \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} e^{\sqrt{2-x}} \frac{1}{\sqrt{x+2}} - e^{\sqrt{2-x}} \frac{3}{2\sqrt{(x+2)^3}} < 0, \quad \forall x \in (-2, 2)$$

Quindi f risulta decrescente sul suo dominio. In $x = 2$ ha un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{\sqrt{x+2}}$

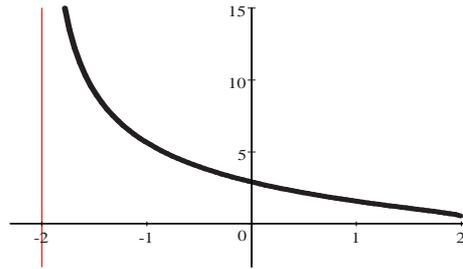


Figura 18: Ex.7.18

Sol. Ex. 7.19

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1}$$

Insieme di definizione: $x > -1$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1} = +\infty \text{ (l'esponenziale prevale sulla potenza)}$$

Notiamo che f è un infinito di ordine superiore a x per $x \rightarrow +\infty$, quindi non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} e^{\sqrt{x+1}} \frac{1}{x+1} - e^{\sqrt{x+1}} \frac{1}{(x+1)^2} = e^{\sqrt{x+1}} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{2(x+1)^2}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} > 2 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 4 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

Quindi f è decrescente in $(-1, 3)$ e crescente in $(3, +\infty)$. In $x = 3$ ha un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1}$

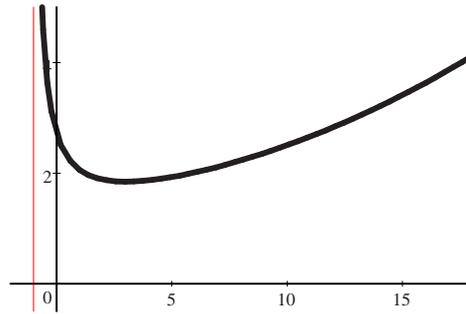


Figura 19: Ex.7.19

Sol. Ex. 7.20 $f(x) = \log(31+x) - \arctan x$

Insieme di definizione: $31+x > 0 \Leftrightarrow x > -31$

Limiti: $\lim_{x \rightarrow -31^+} \log(31+x) - \arctan x = -\infty,$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(31+x) - \arctan x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(31+x) = +\infty$

Notiamo che $f(x) \sim \log(31+x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e di conseguenza f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = \frac{1}{31+x} - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2 - x - 30}{(31+x)(1+x^2)}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - x - 30}{(31+x)(1+x^2)} > 0 \\ x > -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 > 0 \\ x > -31 \end{cases} \Leftrightarrow -31 < x < -5 \quad e \quad x > 6$$

Quindi f è crescente in $(-31, -5)$ ed in $(6, +\infty)$, decrescente in $(-5, 6)$.

In $x = -5$ ha un punto di massimo (relativo) ed in $x = 6$ un punto di minimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \log(31+x) - \arctan x$

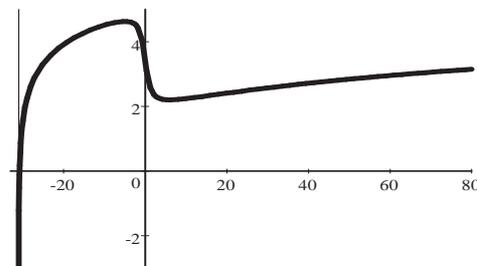


Figura 20: Ex.7.20

Sol. Ex. 7.21

$$f(x) = \log \sqrt{\frac{2x^2 + 1}{x}}$$

Insieme di definizione: $\frac{2x^2 + 1}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log \sqrt{\frac{2x^2 + 1}{x}} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \log \sqrt{\frac{2x^2 + 1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log \sqrt{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \log 2x = +\infty$$

Notiamo che $f(x) \sim \frac{1}{2} \log 2x$ per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

Prima di calcolare la derivata, notiamo che $f(x) = \log \sqrt{\frac{2x^2 + 1}{x}} = \frac{1}{2} \log \frac{2x^2 + 1}{x}$:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{2x^2 + 1}{x}} \frac{4x(x) - (2x^2 + 1)}{x^2} = \frac{x}{2(2x^2 + 1)} \left(\frac{2x^2 - 1}{x^2} \right) = \frac{2x^2 - 1}{2x(2x^2 + 1)}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - 1}{2x(2x^2 + 1)} > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e } x > \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Quindi f è decrescente in $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$, crescente in $(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$. In $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ha un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = \log \sqrt{\frac{2x^2 + 1}{x}}$

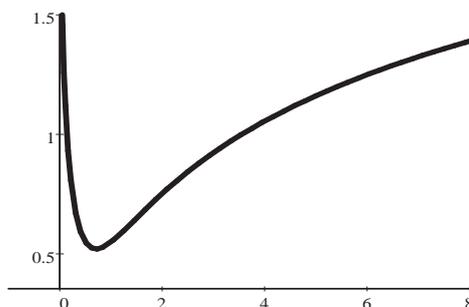


Figura 21: Ex.7.21

Sol. Ex. 7.22

$$f(x) = (x + 1) e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}}$$

Insieme di definizione: $\frac{1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} (x + 1) e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^{\sqrt{t}}}{t} = +\infty \quad (\text{l'esponenziale prevale sulla potenza})$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} = +\infty$, con f stesso ordine di infinito di x per $x \rightarrow +\infty$. Potrebbe quindi avere asintoti obliqui:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}}}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} - 1) + e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{\frac{1}{x+1}} + e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} = +\infty.$$

Quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} - \frac{x+1}{2(x+1)^2 \sqrt{\frac{1}{x+1}}} e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} = e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} \frac{(2\sqrt{x+1} - 1)}{2\sqrt{x+1}}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}} \frac{(2\sqrt{x+1} - 1)}{2\sqrt{x+1}} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 1 > 0 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > \frac{1}{4} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4}$$

Quindi f è decrescente in $(-1, -\frac{3}{4})$, crescente in $(-\frac{3}{4}, +\infty)$. In $x = -\frac{3}{4}$ ha un punto di minimo (assoluto).

Grafico di $f(x) = (x+1)e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}}$

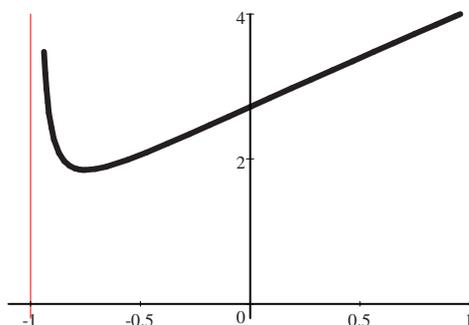


Figura 22: Ex.7.22

Sol. Ex. 7.23 $f(x) = \frac{x^6}{x+1}$

Insieme di definizione: $x \neq -1$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^6}{x+1} = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^6}{x+1} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 = +\infty.$$

Notiamo che $f(x) \sim x^5$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$, quindi f non ha asintoti obliqui.

$$f'(x) = x^5 \frac{5x+6}{(x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x(5x+6) > 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{6}{5} \text{ e } x > 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{6}{5} \text{ e } x > 0$$

Quindi f è crescente in $(-\infty, -\frac{6}{5})$ ed in $(0, +\infty)$, decrescente in $(-\frac{6}{5}, -1)$, $(-1, 0)$.
In $x = -\frac{6}{5}$ ha un punto di massimo (relativo) ed in $x = 0$ un punto di minimo (relativo).

Grafico di $f(x) = \frac{x^6}{x+1}$

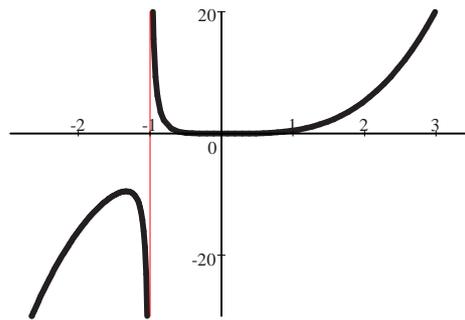


Figura 23: Ex.7.23

Sol. Ex. 7.24 i) Dobbiamo determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:

$$\frac{e^x}{\sqrt{x}} = 3.$$

Poiché non è un'equazione di tipo elementare, per determinare il numero delle radici possiamo dapprima studiare la funzione $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$ e poi intersecare il suo grafico con la retta di equazione $y = 3$, per vedere quante sono le eventuali soluzioni dell'equazione.

Insieme di definizione: $x > 0$

Limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{\sqrt{x}} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\sqrt{x}} = +\infty \quad (\text{l'esponenziale prevale sulla potenza})$$

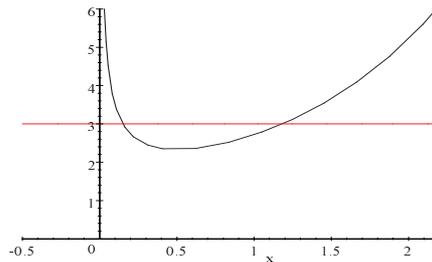
$$f'(x) = e^x \frac{2x-1}{2(\sqrt{x})^3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

Quindi f è decrescente in $(0, \frac{1}{2})$ e crescente in $(\frac{1}{2}, +\infty)$. In $x = \frac{1}{2}$ vi è un punto di minimo (assoluto) di valore $f(\frac{1}{2}) = e^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} = \sqrt{2}e$.

In questo caso è necessario confrontare tale valore minimo di f con 3, in quanto vogliamo intersecare il grafico della funzione con la retta $y = 3$:

$\sqrt{2e} < 3$, in quanto $(\sqrt{2e})^2 = 2e < 2 \times 3 = 6 < 3^2 = 9$.

Quindi la retta $y = 3$ interseca il grafico di f e lo interseca in 2 punti:



ii) Dobbiamo ora discutere, al variare di k reale, il numero delle radici dell'equazione:

$$\frac{e^x}{\sqrt{x}} = k.$$

Poiché la funzione al I membro dell'equazione è la stessa di prima, dobbiamo solo confrontare il grafico già determinato con la famiglia di rette $y = k$, con k variabile reale.

Abbiamo già visto nel punto precedente che f ha un minimo assoluto di valore $\sqrt{2e}$. Di conseguenza avremo i seguenti possibili casi:

Per $k < \sqrt{2e}$, nessuna soluzione (retta al di sotto del grafico).

Per $k = \sqrt{2e}$, 1 sola soluzione (retta tangente al grafico).

Per $k > \sqrt{2e}$, 2 soluzioni (retta intersecante il grafico in 2 punti).

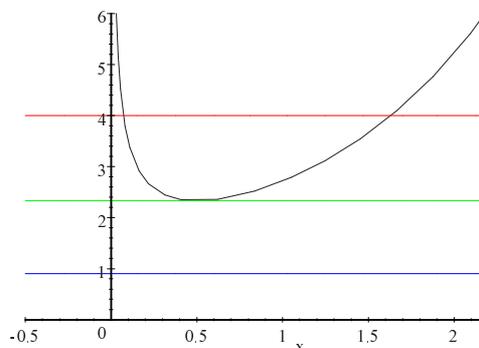


Figura 24: Ex.7.24

Sol. Ex. 7.25 Dobbiamo discutere il numero e il segno delle soluzioni dell'equazione

$$xe^x - \frac{x^2}{2} - x = k,$$

al variare di k reale, in modo del tutto analogo al precedente Ex. 7.24 ii). Occorre quindi dapprima studiare la funzione: $f(x) = xe^x - \frac{x^2}{2} - x$.

Insieme di definizione: \mathbb{R} .

Limiti:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x - \frac{x^2}{2} - x = -\infty$ (nel confronto xe^x prevale e^x che tende a 0, nel confronto tra potenze, prevale $-\frac{x^2}{2}$)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x - \frac{x^2}{2} - x = +\infty$ (nel confronto prevale xe^x)

$$f'(x) = e^x + xe^x - x - 1 > 0 \Leftrightarrow e^x(1+x) - (1+x) > 0 \Leftrightarrow (e^x - 1)(1+x) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} e^x - 1 > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} e^x - 1 < 0 \\ 1+x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x > 1 \\ x > -1 \end{cases} \cup \begin{cases} e^x < 1 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -1 \end{cases} \cup \begin{cases} x < 0 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ o } x > 0$$

Quindi f è crescente in $(-\infty, -1)$ e in $(0, +\infty)$, decrescente in $(-1, 0)$. Ha quindi un massimo (relativo) in $x = -1$ di valore $M = f(-1) = -\frac{1}{e} + \frac{1}{2} = \frac{e-2}{2e} > 0$ ed un minimo (relativo) in $x = 0$ di valore $m = f(0) = 0$.

Abbiamo allora i seguenti possibili casi :

$k < 0$: una soluzione negativa

$k = 0$: due soluzioni, una negativa ed una nulla;

$0 < k < \frac{e-2}{2e}$: tre soluzioni, due negative ed una positiva;

$k = \frac{e-2}{2e}$: due soluzioni, una negativa ed una positiva;

$k > \frac{e-2}{2e}$: una soluzione positiva.

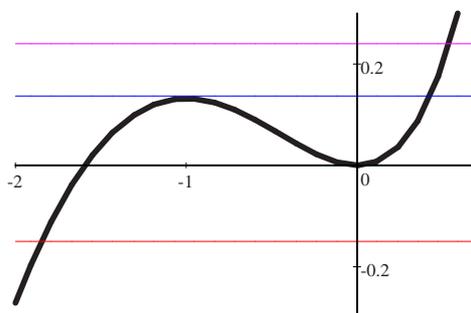
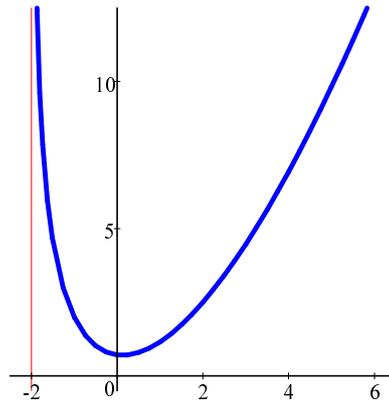


Figura 25: Ex.7.25

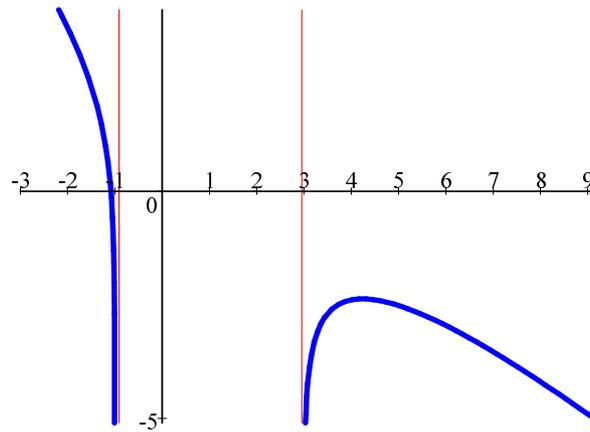
Sol. Ex. 7.26

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x + 2}}$$



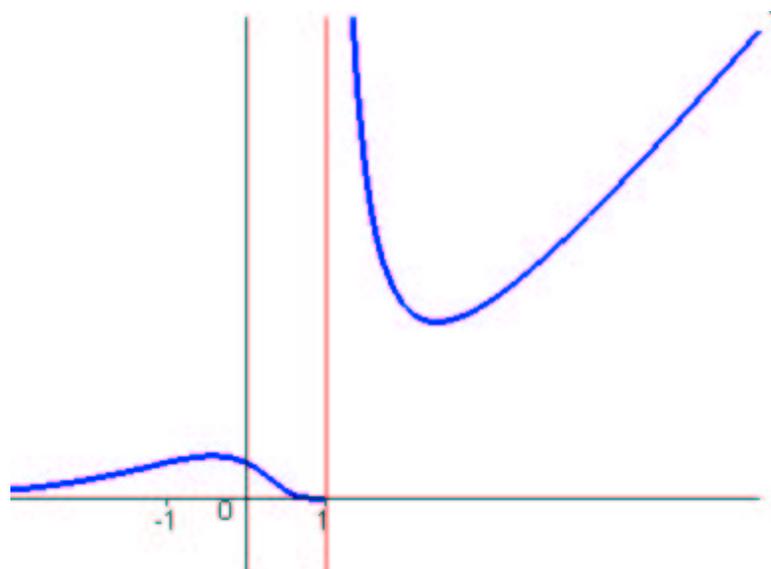
Sol. Ex. 7.27

$$f(x) = \log(x^2 - 2x - 3) - x$$



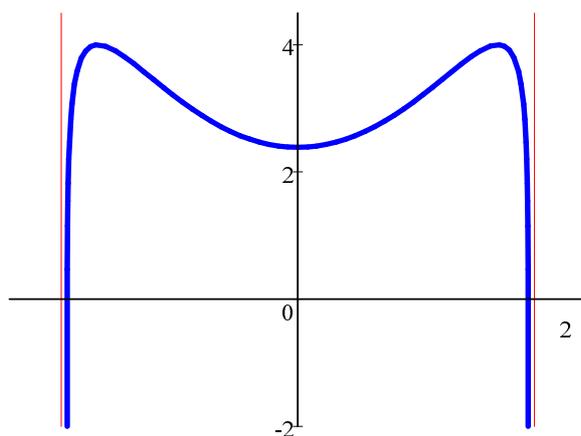
Sol. Ex. 7.28

$$f(x) = e^{\frac{x^2+1}{x-1}}$$



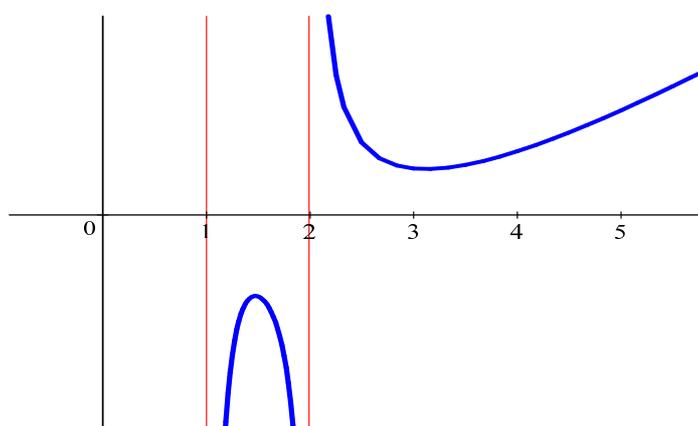
Sol. Ex. 7.29

$$f(x) = x^2 + 1 + \log(4 - x^2)$$



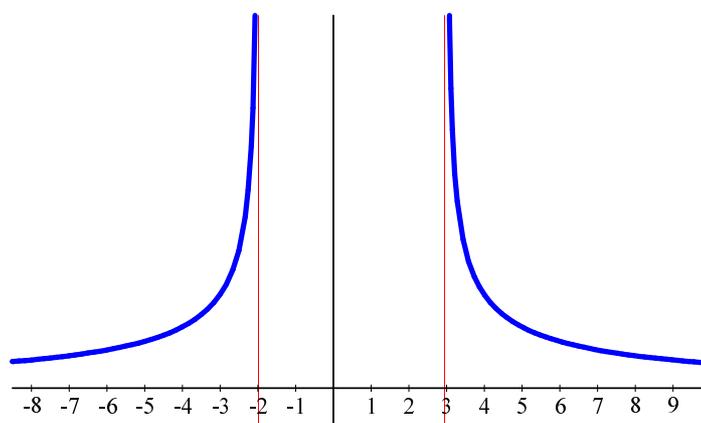
Sol. Ex. 7.30

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + \log(x-1)$$



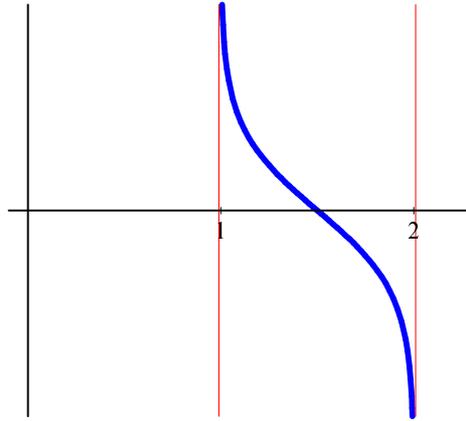
Sol. Ex. 7.31

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2 - x - 6}}$$



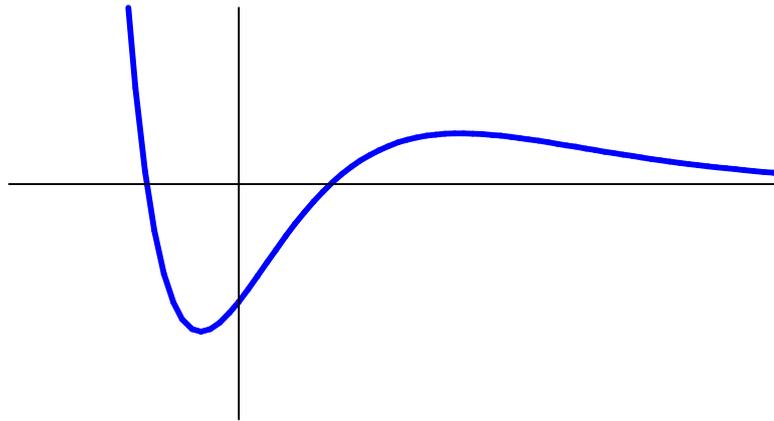
Sol. Ex. 7.32

$$f(x) = \log \frac{x-2}{1-x}$$



Sol. Ex. 7.33

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^x}$$



Sol. Ex. 7.34

$$f(x) = x\sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

