

Integrali impropri #2

(M.Vignati, An2-Mat, 18/19)

1] Stabilire se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{\log x}{(x-1)\sqrt{x}} dx$

b) $\int_0^{+\infty} \frac{\log(x+1)}{(x-1)\sqrt{x}} dx$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+5)^{3/2}} dx$

d) $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{3x^2+5x+2}$

e) $\int_0^1 \frac{e^x-1}{x\sqrt{x}} dx$

f) $\int_2^{+\infty} \frac{x\sqrt{x+1}}{x^2-1} dx$

g) $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - \arctan^2 x) \sqrt[5]{(x^2-1)^6}}{(x^6+2x^5) \log^2 x} dx$

2] Stabilire per quali valori $a \in \mathbb{R}$ i seguenti integrali generalizzati convergono:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+t^a)}{3t^{2a} + \arctan t} dt$

b) $\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+t^2)}{|t-a|^a \sqrt{t^5}} dt$

c) $\int_0^1 \frac{\sin(\pi t)}{t^2-a} dt$

d) $\int_a^{+\infty} \frac{e^{at} |3t+1|^a}{2+e^{(3-a)t}} dt$

e) $\int_{1-a}^{a^2-1} \frac{e^{-t}}{t+1-a} dt \quad (a \neq 1)$

Risposte:

1] Due sono divergenti, cinque sono convergenti. Quali?

2] In ordine sparso:

$$a \in \left(-\frac{3}{2}, 1\right); \quad a \in \left(-1, \frac{3}{2}\right); \quad a \in (-\infty, 0);$$

$$a \in (-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right); \quad a \in (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$$