

Cognome

Nome

Matr

ANALISI MATEMATICA 2 - 02/05/2019 - I prova parziale - vers. A
(l.tr. in Matematica - prof. M.Vignati)

Acconsento / **Non acconsento** alla pubblicazione online dell'esito di questa prova scritta.

Firma:

1A] (3 p.ti)

i) Il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (-1,1)} \frac{(y-1)(e^{x+1}-1)}{x^2+y^2+2(x-y+1)}$ non esiste; esiste e vale,

perché:

ii) Il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{(y-1)(e^{x+1}-1)}{x^2+y^2+2(x-y+1)}$ non esiste; esiste e vale,

perché:

2A] (3 p.ti) Sia $F : \mathbb{R}_{++}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $F(x, y) = e^{1/x} \ln y$.

i) $P = (x, y, z)$ appartiene al piano tangente al grafico di F in $(1, e, F(1, e))$ se e solo se:

Risp.:

ii) I vettori $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ per i quali la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}F(1, e)$ è nulla sono:

Risp.:

3A] (5 p.ti) Siano $J = \{x > 0, x \neq 2\}$ e $f : J \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \frac{3x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$.

i) Determinare tutte le primitive φ di f in J .

Risp.:

ii) Per quali $\alpha > 0$ l'integrale $\int_0^\alpha f(x) dx$ converge? **Risp.:**

iii) Per quali $\beta > 0$ l'integrale $\int_\beta^{+\infty} f(x) dx$ converge? **Risp.:**

4A] (4 p.ti) (**Svolgimento completo**)

Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(\pi-2x)^\alpha}{1+x^2} (\tan x)^{3\alpha-2} dx$$

converge?

5A] (7 p.ti) (Svolgimento completo)

Per $p > 0$ e $x > 0$, sia $A_p(x) := \int_x^{3x} \frac{dt}{(1+t)^p}$.

i) Determinare tutti e soli i valori p per i quali $\sum_{n=1}^{+\infty} A_p(n)$ converge.

ii) Dimostrare che: “ $p \in (1, +\infty) \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n A_p(n)$ converge”.

iii) Dimostrare che: “ $p \in (0, 1] \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n A_p(n)$ non converge”.

6A] (8 p.ti) (Svolgimento completo)

Sia F la funzione reale, di variabile reale x , definita da

$$F(x) := \int_0^x \sqrt[3]{\frac{t}{t+2}} (2 - e^{-t}) dt.$$

Determinarne: il dominio, i limiti agli estremi, l'insieme di derivabilità, gli intervalli di monotonia. Discutere la presenza di eventuali estremi relativi e rette asintotiche. Tracciarne un grafico qualitativo. (**Non** è richiesto lo studio del segno di F né della convessità).