Integrali multipli, #2

Marco Vignati - Metodi matematici applicati alla chimica - L.M. in Chimica - 2015/16

14] Calcolare il volume della regione

$$E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y \leq 0 \leq x,\ z \geq -1,\ x-y-1 \leq 0,\ x-1 \geq y+z\right\}$$

Calcolare il valore di $\iiint_E f(x,y,z)\ dxdydz$, dove

15] $f(x,y,z) = \dfrac{2}{(3-x+y+z)^3}$, E è l'insieme dell'esercizio 14].

16] $f(x,y,z) = \dfrac{yz}{1+z^2}$, $E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq x,\ y \leq xyz \leq x\right\}$

17] $f(x,y,z) = y^5 z^2$, $E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \dfrac{x^2+y^2}{4} + \dfrac{z^2}{9} \leq 1,\ |y| > \dfrac{1}{x} > 0\right\}$

18] $f(x,y,z) = \dfrac{x^2 z e^y}{(x^2+z^2)^{3/2}}$, $E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq x^2+z^2 \leq 4,\ 0 \leq x \leq z,\ 0 \leq y \leq \ln 2\right\}$

19] $f(x,y,z) = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{z^2}$,

$$E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0,\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 4,\ \frac{1}{(x^2+y^2)^{3/2}} \leq z \leq \frac{3}{(x^2+y^2)^{3/2}}\right\}$$

Risposte (in ordine sparso):

$\dfrac{\sqrt{2}}{12}$; 0 ; $\dfrac{7}{8} - \ln 2$; 7π ; $\dfrac{1}{3}$; $\ln(5/4) + \arctan 2 - \dfrac{2+\pi}{4}$