Metodi matematici applicati alla Chimica

LM in Chimica (F5Y) prof. M.Vignati 21.4.2017

1] Determinare, al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$, la soluzione locale y_α del problema di Cauchy

$$(*_\alpha) \qquad \begin{cases} y' = \dfrac{y}{t} + y^2 \\ \\ y(1) = \alpha \end{cases}$$

ii) Per quali valori α la funzione y_α risolve $(*_\alpha)$ <u>almeno</u> per $t \in \left(0, \sqrt{5}\right)$?

2] Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + y'' + y' + y = 0 \\ y(0) = 3;\ y'(0) = 2;\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

3] Calcolare $\displaystyle\iint_{E_R} f(x, y)\, dxdy$, dove

$$f(x, y) = \frac{ye^x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{e} \quad E_R = \left\{(x, y) : y \geq 0,\ x^2 + y^2 \leq R^2\right\}.$$

4] Le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sono di classe $\mathcal{C}^1$ nei rispettivi domini.

Lo sviluppo di Taylor di f in $x_0 = -1$ è: $f(x) = 3 - 2(x + 1) + o(x + 1)$.

Il piano tangente alla superficie $\{z = G(x, y)\}$ nel punto $(-1, 3, 1)$ ha equazione: $z = 2x - y + 6$.

Ricavare il polinomio di Taylor del I ordine, in $x_0 = -1$, della funzione $F(x) := G(x, f(x))$.

5] Sia $a \in (1, +\infty)$. Calcolare il flusso $\displaystyle\oint_{\partial Q_a^+} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, ds$ del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(x^2 - y^2 + 2\,;\, x^2 - ay + 1\right)$$

uscente dal quadrato

$$Q_a = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a - 1 \leq x, y \leq a + 1\right\} .$$