

Metodi matematici applicati alla Chimica

LM in Chimica (F5Y)

prof. M.Vignati

14.6.2017

1] Siano $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definite come

$$w = g(u, v) = e^{2v} - 4 \arctan u, \quad \begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} = \mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} \sqrt{1+y^2} \\ \ln(1+x^2) \end{pmatrix}.$$

Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di $h = g \circ \mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ nel punto $(1, 0, h(1, 0))$.

2] i) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$(*_H) \quad y'' - 2y' + 5y = 0$$

ii) Determinare la soluzione generale di

$$(*) \quad y'' - 2y' + 5y = 4e^{-t}$$

iii) Determinare tutti e soli i valori $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per i quali la soluzione y^* del

$$(PC) \quad \begin{cases} y'' - 2y' + 5y = 4e^{-t} \\ y(0) = \alpha; y'(0) = \beta \end{cases}$$

soddisfa

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y^*(t) = 0.$$

3] Dopo aver rappresentato graficamente la regione

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq 3y \leq x \leq \sqrt{4-y} \right\},$$

calcolare $\iint_E f(x, y) \, dx dy$, dove $f(x, y) = xy$.

4] Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito come

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2y[y + xz^2]; x[1 + 4y + xz^2]; 2x^2yz)$$

i) calcolare $\text{rot}\mathbf{F}$;

ii) stabilire se \mathbf{F} è conservativo in \mathbb{R}^3 ;

iii) calcolare il lavoro di \mathbf{F} lungo l'arco di curva di equazione parametrica

$$\varphi(t) = (R \cos t, R \sin t, 0), \quad t : -\pi \mapsto \pi.$$