

1] Determinare la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{2t} = 1 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

2] Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = e^t$$

3] Sia $Q = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3; 0 \leq y \leq 3\}$ e sia $g(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5$.

- i) Verificare che g ammette minimo assoluto all'interno del quadrato Q , e calcolarne il valore.
- ii) Verificare che il massimo assoluto è assunto in uno dei punti della frontiera di Q , e calcolarlo.

4] i) Verificare che il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2 + 3y + 2; 2xy + 3x - 3; 2z)$$

è conservativo in \mathbb{R}^3 e determinarne un potenziale U .

ii) Verificare che il campo vettoriale $\mathbf{G}(x, y, z) = (x; 0; -x)$ non è conservativo in \mathbb{R}^3 .

iii) Calcolare il lavoro del campo $\mathbf{H} = \mathbf{F} + \mathbf{G}$ lungo la curva γ di equazione parametrica lungo l'arco di curva di equazione parametrica $\mathbf{p}(t) = (t; 4t - t^2; \sqrt{t})$, $t: 0 \mapsto 4$.

5] Calcolare l'integrale della funzione $f(x, y, z) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ esteso alla regione

$$V = \{(x, y, z) : 1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 2\}$$