

Metodi matematici applicati alla Chimica

LM in Chimica (F5Y)

prof. M.Vignati

22.2.2018

1] Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = x^2 y e^{x-y}$$

i) Verificare che tutti i punti della forma $(0, y_0)$ sono stazionari, e determinarne la natura (max, min, sella?).

ii) Individuare tutti gli altri punti stazionari, e determinarne la natura.

2] i) Determinare la soluzione generale di

$$(*) \quad y'' + y = 2 \sin t$$

ii) Risolvere, al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, il problema di Cauchy

$$(PC) \quad \begin{cases} y'' + y = 2 \sin t \\ y(0) = \alpha; \quad y'(0) = \beta \end{cases}$$

iii) Per quali valori (α, β) la soluzione di (PC) presenta un punto di minimo relativo con ascissa $t = 0$?

3] Per $H > 0$ siano

$$\Omega_H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 < z \leq H(1 - x^2 - y^2)\}$$

e

$$\Sigma_H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = H(1 - x^2 - y^2)\}$$

i) Calcolare $vol(\Omega_H)$

ii) Calcolare $area(\Sigma_H)$

4] Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito come

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(e^{x+y} + \frac{3}{2}x + 2y - 2z; e^{x+y} + 2x - \frac{1}{2}y + z; y - 2x \right)$$

i) Calcolare $rot\mathbf{F}$

ii) Calcolare il lavoro $\oint_{C^+} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{p}$ compiuto dal campo \mathbf{F} percorrendo la curva chiusa e orientata C^+ di equazione parametrica

$$\mathbf{p}(t) = (\cos t; \sin t; 0), \quad t : 0 \mapsto 2\pi$$

Suggerimento: può essere utile osservare che C^+ è il bordo della superficie Σ_H dell'esercizio precedente.