Metodi matematici applicati alla Chimica

LM in Chimica (F5Y) prof. M.Vignati 6.4.2018

1] Calcolare il valore $\displaystyle\iint_T f(x,y)\,dxdy$, dove $f(x,y) = \dfrac{x^3y}{x^2+y^2}$, e

$$T = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le x \le \sqrt{2}\right\}$$

2] Determinare i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ per i quali accade che <u>tutte</u> le soluzioni di

$$(*_a) \qquad y'' + (3-a)\,y' + 2\,(1-a)\,y = 0$$

soddisfano

$$\lim_{t\to+\infty} y(t) = 0$$

3] Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$(u,v) = \mathbf{F}(x,y) := \left(xy - y^2\ ;\ x^3 + y^3\right)$$

i) Verificare che $\mathbf{F}$ è invertibile in un intorno di $(x_0,y_0) = (2,1)$.

ii) Calcolare la matrice jacobiana $J\mathbf{G}(u_0,v_0)$, dove $(x,y) = \mathbf{G}(u,v)$ è l'inversa (locale) di $\mathbf{F}$ nel punto $(u_0,v_0) = \mathbf{F}(2,1)$.

4] Sia $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ la superficie (cartesiana) descritta da

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) : z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ x^2+y^2 \le 1\right\}$$

e Σ^+ la superficie Σ orientata in modo che il versore normale $\mathbf{n} = (n_1,n_2,n_3)$ soddisfi $n_3 > 0$. Dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) = \left(x^2y\,;\,yz^2\,;\,x^2+y^2\right)$, si calcoli

$$\iint_{\Sigma^+} (rot\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\,d\sigma$$

(il flusso del campo $rot\mathbf{F}$ che attraversa Σ^+).

5] Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = 3e^{-2t} \\ y(0) = 2 \ ;\ y'(0) = 1 \end{cases}$$