LM in Chimica (F5Y) - **Metodi matematici applicati alla Chimica**

5 novembre 2019 $\boxed{\textbf{prova scritta \#7}}$ prof. M.Vignati

1] Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 4e^{-2t} \\ y(0) = 1 \; ; \; y'(0) = -2 \end{cases}$$

2] Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2)$. Determinare l'equazione del piano tangente all'insieme

$$\Gamma(f) := \{(u, v, w) \in \mathbb{R}^3 : w = f(u, v)\} \qquad \text{(grafico di } f\text{)}$$

nel punto $\mathbf{b} = (0, \frac{3}{2}, -2)$, sapendo che:

-) la funzione $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ è legata ad f dalla relazione

$$g(x, y) = f(y^2 - e^x \, , \, x^2 + \ln y)$$

-) il piano tangente all'insieme $\Gamma(g) := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = g(x, y)\}$ (grafico di g) nel punto $\mathbf{a} = (1, \sqrt{e}, -2)$ ha equazione $\{z = ex + \sqrt{e}y - 2(e + 1)\}$.

3] Calcolare il valore dell'integrale triplo $\iiint\limits_C (x^2 + y)(z - 1)\, dx\, dy\, dz$, dove

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$$

4] Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito come

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(xy^2 + x^3 - 3y \; ; \; 1 + 2y + e^{x^2}\right)$$

lungo la frontiera della regione piana

$$D = \left\{(x, y) : -1 \leq x \leq 1; \; |x| - 1 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\right\}$$

percorsa, una sola volta, in senso antiorario.