Cognome..**Nome**................................**Matr**....................

LM in Chimica (F5Y) - **Metodi matematici applicati alla Chimica**

22 gennaio 2020 | **prova scritta #1** | prof. M.Vignati

1] i) Determinare, per ogni $b \neq 0$, tutti i punti stazionari della funzione

$$g(x,y) = (x+1)\, y e^{-x-by}$$

ii) Classificarne, al variare di b, la natura (max./min./sella).

2] Calcolare, al variare di $R > 0$, il valore di $\displaystyle\iint_{Q(R)} \left|Ry - x^2\right| \, dxdy$, dove

$$Q(R) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq R,\ 0 \leq y \leq R\right\}.$$

3] Sia $\Omega = \left\{(x,y,z) : 0 \leq z \leq 3 - \sqrt{1 - x^2 - y^2}\right\}$, e sia

$$\mathbf{F}\,(x,y,z) = \left(5x + y^2 - z\,; x^2y^2 + 3z\,; x(z-y)\right).$$

i) Calcolare il volume di Ω.

ii) Calcolare l'area di $\partial\Omega$.

iii) Calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}$ uscente da Ω.

4] Sia $\mathbf{p} : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ una curva regolare, con $\mathbf{p}\,(0) = (2,0,0)$ e $\mathbf{p}(1) = \mathbf{b}$.

Determinare tutti i punti $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ per i quali si ha $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{p} = 0$, dove $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ è

$$\mathbf{F}\,(x,y,z) = (x; y; z)$$

5] Dopo aver determinato <u>tutte</u> le soluzioni di

$$(*) \qquad y'' - 4y' + 3y = 24e^{-t} \ ,$$

stabilire per <u>quante</u> e <u>quali</u> coppie $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (*) \\ y(0) = a\ ;\ y'(0) = b \end{cases}$$

soddisfa $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} y(t) = 0$.