LM in Chimica (F5Y) - **Metodi matematici applicati alla Chimica** - prof. M.Vignati

21.1.2016 II prova in itinere

1] *(6 punti)* Sia $G : \mathbb{R}^3 \setminus \{\mathbf{0}\} \to \mathbb{R}$ definita come

$$G(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Calcolare l'espressione esplicita dei campi vettoriali ∇G e $rot(\nabla G)$, e della funzione $div(\nabla G)$.

2] *(6 punti)* Calcolare il valore di $\iint_D f(x, y)\, dxdy$, dove $f(x, y) = y\sqrt{x}$ e

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0,\ x + y \geq 0,\ x^2 + y^2 \leq 2\right\}$$

3] *(6 punti)* Calcolare il valore di

$$\iiint_E \frac{|x|}{1 + \sqrt{z}}\, dxdydz$$

dove

$$E = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 \leq z \leq 1\right\}$$

4] *(6 punti)* Sia F:$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita come

$$F(x, y, z) := x^2 + 2x - 2y^3 + y + z + e^z$$

i) Verificare (motivando la risposta) che l'insieme $Z(F)$ in cui F si annulla è, localmente nel punto $\mathbf{a} = (-1, 0, 0)$, il sostegno di una superficie cartesiana del tipo $z = g(x, y)$.

ii) Scrivere l'equazione del piano tangente a questa superficie nel punto $\mathbf{a}$.

5] *(6 punti)* Sia $\mathbf{F}$:$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{F}^2$ il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) := \left(3x^2 + y^2\right)\mathbf{i} + Axy\,\mathbf{j} \qquad A \in \mathbb{R}$$

e sia γ^+ la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1, percorsa una volta in senso antiorario.

i) Calcolare il lavoro $\oint_{\gamma^+} \mathbf{F} \bullet d\mathbf{p}$.

ii) Discutere, al variare di $A \in \mathbb{R}$, la conservatività di $\mathbf{F}$ in $\mathbb{R}^2$ calcolandone, quando possibile, un potenziale.