LM in Chimica (F5Y) - **Metodi matematici applicati alla Chimica**

19.1.2018 prof. M.Vignati **II prova in itinere**

1] i) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$(*_H) \qquad y'' + y' - 2y = 0$$

ii) Determinare la soluzione generale di

$$(*) \qquad y'' + y' - 2y = 4e^{-3t}$$

iii) Determinare la soluzione y_α del problema di Cauchy

$$(PC_\alpha) \qquad \begin{cases} y'' + y' - 2y = 4e^{-3t} \\ y(0) = \alpha;\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

iv) Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la soluzione y_α di (PC_α) ammette limite finito per $t \to +\infty$?

2] Per $0 < R < H$, calcolare il volume della regione

$$D_{R,H} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq R^2,\ 0 \leq z \leq H - \sqrt{x^2 + y^2} \right\}.$$

3] Sia $f(x, y) := y\sqrt{x}$, e sia

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x\sqrt{3}\,;\ x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$$

Calcolare $\displaystyle\iint_A f(x, y)\ dx\,dy$.

4] Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2y}{t} + t^2 \cos t \\ \\ y(\pi) = \pi^2 \end{cases}$$

5] Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y}{3}[3e^{xy} - 2]\,;\ \frac{2y}{3} + xe^{xy} \right)$$

lungo la frontiera, percorsa in senso anti-orario, della regione

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq \pi\,;\ y \geq 0 \right\}.$$