LM in Chimica (F5Y) - **Metodi matematici applicati alla Chimica**

25.1.2017 prof. M.Vignati **II prova in itinere**

1] *(6 punti)* Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y) = \left(\dfrac{x}{x^2+y^2}\,;\,\dfrac{y}{x^2+y^2}\right)$ lungo la poligonale aperta γ che congiunge, nell'ordine, i punti $(-1,0)$, $(-1,2)$, $(4,2)$ e $(4,0)$.

2] *(6 punti)* Siano $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \sqrt{y} \le \sqrt{2}\right\}$ e $f(x,y) = y(x+1) - 2$.

i) Rappresentare graficamente gli insiemi A e $A_+ = \{(x,y) \in A : f(x,y) \ge 0\}$.

ii) Calcolare

$$\iint_A |f(x,y)|\, dx\, dy$$

3] *(6 punti)* Calcolare il volume della regione $E \subset \mathbb{R}^3$ giacente nel semi-spazio $\{z \ge 1\}$, e contenuta nel cilindro $\left\{x^2+y^2+2x \le 0\right\}$ e nel cono $\left\{z + \sqrt{x^2+y^2} \le 4\right\}$.

4] *(6 punti)* Dati il campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) := (x - yz\,;\, y(1-x)\,;\, z(1-x))$ e la regione

$$A := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y \ge 0, z \ge 0, x^2+y^2+z^2 \le 1\right\}$$

calcolare $\displaystyle\iint_{\partial A^+} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, d\sigma$ (il flusso di $\mathbf{F}$ uscente da A).

5] *(6 punti)* Calcolare

$$\iint_E f(x,y)\, dx\, dy$$

dove $f(x,y) := \dfrac{e^x}{2-x}$ ed E è il triangolo di vertici $(1,1)$, $(1,2)$ e $(2,2)$.