**CALCOLO NUMERICO - ANALISI NUMERICA** (18 febbraio 2009)

1) Calcolare i valori dei coefficienti $A$ e $B$ affinchè la funzione $s : [1,3] \to \mathbb{R}$

$$s(x) = \begin{cases} 3(x-1) + A(x-1)^2 - (x-1)^3 & x \in [1,2) \\ \\ 4 + 4(x-2) + B(x-2)^2 + 2(x-2)^3 & x \in [2,3] \end{cases}$$

sia una spline cubica sulla suddivisione $\{1,2,3\}$. Calcolare $s(\frac{3}{2})$ e $s(\frac{5}{2})$.

2) Dato il polinomio $p(x) = x^4 + x^2 + 1$, sia $q(x) = p'(x)$. Determinare il numero minimo di intervalli necessario per calcolare l'integrale definito

$$I \equiv \int_0^1 q(t)\mathrm{d}t$$

con un errore assoluto $\leq 10^{-5}$, utilizzando la formula dei trapezi composita.

3) Dato il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & \frac{2}{a} \\ 0 & a & 0 \\ \frac{a}{2} & 0 & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R} \backslash \{0\},$$

indicare per quali valori di $a$:

3.1) la matrice $A$ è non singolare;

3.2) la matrice $A$ è diagonalmente dominante;

3.3) il metodo di Jacobi è convergente;

3.4) il metodo di Gauss-Seidel è convergente.

4) Studiare la convergenza, al variare di $x_0 \in \mathbb{R}$ dei metodi iterativi

$$x_{n+1} = e^{x_n - 3}, \quad x_{n+1} = \log x_n + 3, \quad n \geq 0,$$

per approssimare le radici dell'equazione non lineare $xe^{-x} = e^{-3}$, indicando anche l'ordine di convergenza.

5) Tradurre le seguenti istruzioni MATLAB e descrivere il loro utilizzo nell'ambito dell'approssimazione numerica di soluzioni di equazioni non lineari:

```
function[x,iter] = newton(f,f1,x0,toll,nmax);
 x(1) = x0; fx = f(x); dfx = f1(x); iter = 1; test = 1;
while test > toll & iter <= nmax
  iter = iter + 1;
  rapp = -fx/dfx;
  x(iter) = x(iter - 1) + rapp;
  test = abs(rapp);
  fx = f(x(iter)); dfx = f1(x(iter));
end
```