ANALISI NUMERICA (26 gennaio 2011)

1) Si vuole approssimare l'integrale improprio

$$I = \int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x^2}\, \mathrm{d}x,$$

con il metodo dei trapezi compositi applicato all'integrale

$$I_\varepsilon = \int_\varepsilon^1 \frac{1 - \cos x}{x^2}\, \mathrm{d}x,$$

con $\varepsilon = 0.5,\ 0.05,\ 0.005$, utilizzando $M = 50, 500$ sottointervalli. Si riportino i 6 valori approssimati di I_ε trovati al variare di m e di ε.

2) Si costruisca la matrice pentadiagonale di dimensione $n = 10, 20, 30, 40$ avente 10 sulla diagonale principale, -1 sulle diagonali di posizione ± 1, 2 sulle diagonali di posizione ± 3:

2.1) Si riporti il numero di condizionamento di A rispetto alla norma ∞:

$$K_\infty(A) = \|A\|_\infty\ \|A^{-1}\|_\infty.$$

2.2) Si costruisca la matrice di iterazione $B_{J,n}$ del metodo di Jacobi e si riportino i valori del raggio spettrale $\rho(B_{J,n})$.

2.3) Si risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mediante il metodo iterativo di Jacobi, con $b_i = i,\ x_i^{(0)} = 0,\ \forall i = 1, ..., n$, test d'arresto $\|\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}\|_2 < 5 \cdot 10^{-6}$, e si fornisca il numero di iterazioni eseguite `it` e il valore delle componenti $x(1),\ x(2)$.

3) Si approssimi la radice $\alpha = 1$ dell'equazione non lineare

$$f(x) \approx 1 - e^{-(x-1)^3} = 0,$$

avente molteplicità $q > 1$, con il metodo di Newton modificato

$$x_{n+1} = x_n - p\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad p = 1, 2, 3, 4$$

utilizzando $x_0 = 2$, test d'arresto $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-8}$, e si riporti per ciascuno dei quattro valori di p considerati il numero di iterazioni eseguite `it`, il valore $x_{\mathtt{it}}$ e l'errore commesso $|\alpha - x_{\mathtt{it}}|$. Si commentino i risultati ottenuti e si deduca sperimentalmente il valore di q.

CALCOLO NUMERICO - ANALISI NUMERICA (26 gennaio 2011)

Cognome .... Nome .... Matricola ....

email (di Ateneo) ....

Esercizio 1

	$\varepsilon = 0.5$	$\varepsilon = 0.05$	$\varepsilon = 0.005$
$M = 50$			
$M = 500$			

Esercizio 2

n	$K_\infty(A)$	$\rho(B_{J,n})$	`it`	$x(1)$	$x(2)$
10					
20					
30					
40					

Esercizio 3

	`it`	$x_{\texttt{it}}$	$\lvert\alpha - x_{\texttt{it}}\rvert$
$p = 1$			
$p = 2$			
$p = 3$			
$p = 4$			

$q =$ .... Perchè?