COMPLEMENTI DI MATEMATICA
PROVA MATLAB
14 giugno 2012

1) Approssimare l'integrale definito

$$I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x, \quad f(x) = e^{-x^2}$$

con il metodo dei trapezi compositi e il metodo di Cavalieri Simpson compositi, utilizzando $m = 2^n$ sottointervalli, $n = 1, 2, 3, 4, 5$. Siano I_n^T e I_n^C i rispettivi valori ottenuti. Per ciascun valore di n trascrivere nella tabella la differenza tra le approssimazioni ottenute con i due metodi e confrontarla con la stima asintotica del metodo dei trapezi

$$E_n = |I_n^C - I_n^T|, \quad S_n^T = \left|\frac{H^2}{12}[f'(0) - f'(1)]\right|, \quad H = \frac{1}{m}.$$

2) Si costruisca la matrice

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & 1+3\varepsilon_n & 1-3\varepsilon_n \\ 1+3\varepsilon_n & 2 & 1+3\varepsilon_n \\ 1-3\varepsilon_n & 1+3\varepsilon_n & 3 \end{bmatrix},$$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{1000} + (n-1)\frac{1}{1000}, \quad n = 1, ..., 100\Big(= \frac{1}{1000}, \frac{2}{1000}, \frac{3}{1000}, ..., \frac{1}{10}\Big).$$

Calcolare la quantità

$$K_2(A_n) = \frac{\max_{i=1,2,3} |\lambda_i(A_n)|}{\min_{i=1,2,3} |\lambda_i(A_n)|}, \; n = 1, ..., 100.$$

Trascrivere nella tabella i valori $K_2(A_1)$ e $K_2(A_{100})$, corrispondenti rispettivamente a $\varepsilon_1 = \frac{1}{1000}$ e $\varepsilon_{100} = \frac{1}{10}$. Rappresentare graficamente in ascissa i valori di ε_n e in ordinata i valori di $K_2(A_n)$, al variare di n e riportare a mano il grafico ottenuto, evidenziando i valori minimi e massimi delle ascisse e delle ordinate.

3) Per determinare i punti fissi della funzione

$$g(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{8}x^3 + \frac{7}{4}x^2,$$

si calcolino le radici del polinomio $p(x) = g(x) - x$, mediante la `function` MATLAB `roots`.

Riportare il valore delle quattro radici α_k, $k = 1, 2, 3, 4$.

Costruire mediante un'opportuna function MATLAB il polinomio $g'(x)$ e calcolare il valore di $g'(\alpha_k)$, $k = 1, 2, 3, 4$.

Dedurre se il metodo iterativo $x_{n+1} = g(x_n)$ può convergere a ciascuno dei punti fissi e specificarne l'eventuale ordine di convergenza.

COMPLEMENTI DI MATEMATICA (14 giugno 2012)

Cognome .... Nome .... Matricola ....

email (di Ateneo) ....

Esercizio 1

n	E_n	S_n
1		
2		
3		
4		
5		

Esercizio 2

Grafico

$K_2(A_1) =$

$K_2(A_{100}) =$

Esercizio 3

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
α_k				
$g'(\alpha_k)$				

COMMENTO: