

**CALCOLO NUMERICO** (18 luglio 2005)

- 1) Trovare il numero di condizionamento della funzione

$$y = \frac{1}{x^2 + 1}$$

e determinare i valori di  $x$  per i quali il calcolo della funzione è malcondizionato nel senso che il numero di condizionamento associato risulta superiore a 100.

- 2) Si consideri il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$  con:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2\alpha \\ 0 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}.$$

Studiare in funzione di  $\alpha > 0$  la convergenza dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel. Quale dei due metodi ha convergenza più rapida? Giustificare la risposta.

- 3) Sia  $h = (b - a)/3$ ,  $x_1 = a + h$ ,  $x_2 = b$ .

Dimostrare che la formula di quadratura

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{9}{4}hf(x_1) + \frac{3}{4}hf(x_2)$$

ha grado di precisione  $\geq 2$ .

- 4) Dimostrare che la funzione  $s : [0, 2] \rightarrow R$

$$s(x) = \begin{cases} -\frac{5}{4}x^3 + \frac{13}{4}x & x \in [0, 1) \\ \frac{5}{4}(x-1)^3 - \frac{15}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{2}(x-1) + 2 & x \in [1, 2] \end{cases}$$

è una spline cubica sulla suddivisione  $\{0, 1, 2\}$ .

- 5) Si descriva il procedimento geometrico utilizzato per definire il metodo di Newton per l'approssimazione di radici di equazioni non lineari.

Successivamente si dimostri che il metodo di Newton è del secondo ordine.